



Anticipation des déformations lors du traitement thermique de pignons de boîtes de vitesses

Laurent Vanoverberghe

► To cite this version:

Laurent Vanoverberghe. Anticipation des déformations lors du traitement thermique de pignons de boîtes de vitesses. Sciences de l'ingénieur [physics]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2008. Français. NNT : 2008ENMP1586 . pastel-00004771

HAL Id: pastel-00004771

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00004771>

Submitted on 6 Mar 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ED n°364 : Sciences Fondamentales et Appliquées

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

THESE

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE
PARIS**

Spécialité « Sciences et Génie des Matériaux »

présentée et soutenue publiquement par

Laurent VANOVERBERGHE

le 16 décembre 2008

<p>ANTICIPATION DES DEFORMATIONS LORS DU TRAITEMENT THERMIQUE DE PIGNONS DE BOITES DE VITESSES</p>

*Directeurs de thèse : Yvan Chastel
David Ryckelynck*

Jury

Mr Pierre Villon	Président et rapporteur
Mr Mohamed El Mansori	Rapporteur
Mme Lucia Garcia-Aranda	Examineur
Mr Marc Frabolot	Examineur

Résumé

Il existe deux stratégies principales pour fabriquer des engrenages, liées à l'ordre d'enchaînement de l'usinage de finition et du traitement thermique. Dans le cas qui nous occupe ici chez Renault, la majorité des pièces produites adopte un processus où le traitement thermique termine la gamme de fabrication, ce qui n'autorise aucune modification de la géométrie de la denture en sortie de trempe. Il est donc primordial d'analyser les déformations qui apparaissent lors de cette étape.

Indépendamment de ces stratégies de fabrication, la vie d'une pièce peut être divisée en deux phases : la mise au point et la vie série. Chaque période génère des problématiques séparées. Pour la première, il est utile de connaître au préalable la déformation de la pièce lors du traitement thermique, voire des autres opérations de la gamme. Un état de l'art des modélisations phénoménologiques actuelles est donc dressé, ainsi qu'une liste des données nécessaires au calcul. L'applicabilité de la simulation numérique à ce problème est alors étudiée. Une bonne corrélation qualitative a été observée entre simulation et données expérimentales. Cependant, étant donné la complexité des données nécessaires et la détermination des conditions aux limites, une autre possibilité a également été développée, structurée autour d'une base de données recensant les déformations des engrenages de chaque site. Cette méthodologie a été implémentée dans une application qui est maintenant utilisée sur la majorité des sites de mécanique Renault.

Une fois cette mise au point terminée, la pièce entre dans la deuxième phase, la vie série. Celle-ci voit apparaître alors un second type de problème : la dérive du processus nominal. Cette dérive peut être occasionnée par exemple par une matière légèrement modifiée, des conditions d'usinage optimisées ou une variation du traitement thermique qui échappe aux contrôles classiques mis en place. Nous nous attachons ici principalement aux dérives qui provoquent une variation dimensionnelle de la pièce mais le principe peut être appliqué à d'autres variations. Retrouver le plus rapidement possible l'origine d'une telle dérive et la corriger alors que la production est arrêtée est impératif. Nous proposons donc ici les fondements d'une méthode permettant de reconnaître l'origine d'une dérive identifiée à partir de la seule mesure de la déformation de la pièce. Une base des dérives possibles est créée en réalisant une décomposition modale (POD) des simulations numériques représentant les variations du process. En projetant la mesure réelle sur cette base, nous sommes ainsi capables d'identifier l'origine de la dérive et donc de réduire les délais d'analyse du problème.

Mots-clés : Traitement thermique, carbonitruration, trempe, distorsion, engrenage, acier, simulation numérique, décomposition modale.

Abstract

Two main strategies exist to manufacture gears, depending the respective order of finishing and heat treatment. Renault mainly uses a process where heat treatment follows finishing. Due to this, gear tooth distortion can not be corrected after quenching and thus has to be analysed in detail.

Regardless of these two strategies, production development can be divided in two phases : process set up and series production. Each phase has its own problem. For the first, it will be useful to know beforehand the distortion during heat treatment and other steps. We present some current phenomenological models of heat treatment process. A list of input parameters is done. Next, the use of numerical simulation is examined. A good qualitative correlation is observed between numerical and experimental results. Nevertheless, due to the complexity of input data and the determination of boundary conditions, another methodology is proposed structured around a data base containing the deformations of all gears manufactured in the factories. This methodology is implemented in a software and used at all Renault locations.

Once this set up is finished, the part enters into series production. A second problem occurs : the nominal process deviation. For example, slight material changes, variations in machining conditions, modifications of heat treatment and so on can be responsible for these deviations. We mainly focus here on dimensional deviations but this method could be applied to other ones. When production is stopped, these deviations have to be rapidly identified. This is why we propose here the methodology fundamentals to recognise the deviation origin from the part deformation. A numerical basis of all the deviations is created by applying a Proper Orthogonal Decomposition (POD) on numerical simulations. The projection of the real part deformation on this basis can help us to identify the deviation origin and so reduce time needed to analyse the problem.

Keywords : Heat Treatment, carbonitriding, quenching, distortion, numerical simulation, modal decomposition, gear, steel.

Remerciements

Comme beaucoup ont bridé mes envolées lyriques (...) par leurs conseils et remarques (souvent à propos, j'en conviens), je profiterai de ces remerciements pour m'exprimer pleinement. Vous qui avez le courage de lire cette thèse (ou du moins en avez l'intention), ayez un aperçu de ce à quoi vous avez échappé et entamez donc ce document le coeur léger. Quant à ceux qui font l'objet de ce chapitre, sachez que même si ça ne transparait peut-être pas clairement, je vous dis avant tout merci pour l'aide apportée lors de ces trois années.

A tout seigneur tout honneur, je commencerai par mes directeurs de thèse, Yvan et David. Le premier, malgré une kyrielle d'occupations diverses et variées telles des voyages aux quatre coins du monde, la direction d'un laboratoire – l'un des rares où l'on peut aller nager après avoir joué aux boules, juste avant de retourner à la maison – ou une heureuse naissance (encore toutes mes félicitations), a trouvé le temps de s'occuper d'un thésard des plus têtus. Le second a eu également fort à faire. Probablement tout autant désespéré de parler à des gens aussi terre-à-terre que moi de m'enfoncer dans des abîmes mathématiques dont je n'émergeais que quelques jours plus tard, David a néanmoins fait preuve d'une patience à toute épreuve et surtout a eu le bon goût d'avoir aux moments cruciaux les idées les plus lumineuses.

Après un an passé dans ce magnifique cadre qu'est la Côte d'Azur (abstraction faite des touristes, autochtones ronchons et cigales stridulantes), imaginez l'effet qu'à une annonce du genre « Le labo, c'est bien beau, mais il faudrait venir voir ce qu'il se passe chez Renault »... Fini le doux monde de la recherche, bienvenu dans l'industrie, ces coûts, délais, crises et chefs tyranniques! Et là, je ne sais pas par qui commencer : Lucia ou Stéphane? Comme ça m'arrive parfois (quoi qu'en disent les rumeurs), profitons-en pour être galant. Initialement tuteur industriel puis chef d'équipe, Lucia a donc pu tester différentes stratégies de management, passant du suggestif à l'autoritaire, avec des degrés divers de succès... mais pour de toutes façons toujours arriver à ses fins. Bien heureusement, ces dernières étaient généralement bien choisies et cela a grandement contribué à la réussite de ce projet. Evidemment, tout ce travail ne porterait pas ses fruits sans un soutien inconditionnel de la part de la hiérarchie, l'échelon supérieur étant représenté les deux premières années par Stéphane, puis par Marc. Soutien mais également initiation... Cela va de quelques leçons sur les règles inhérentes aux arbres hiérarchiques et à la susceptibilité des feuilles, jusqu'à des exemples d'optimisation de planning à Séville et ses environs (en gros, on fait tout ce qu'il est prévu de faire, en utilisant le jour et la nuit), le tout aiguillonné par une critique souvent acérée (et certains stagiaires ne me contrediront pas...). Bien sûr, je pourrais également souligner votre patience mais dans ce cas je devrai le faire pour tout ceux qui m'ont supporté donc je m'arrêterai là.

Viennent ensuite les collègues – et amis bien sûr – sur le lieu de travail. J'ai eu la grande chance de travailler dans un service où tous, sans exception, étaient emprunts d'un humour savoureux et monothématique (je vous laisse deviner). Mais j'ai eu le plaisir de vérifier chaque jour que le Français reste fidèle à l'image que l'on s'en fait Outre-Quévrain (chacun se reconnaîtra) : amoureux des mots et des belles tournures de phrases, le Bescherelle toujours au chevet; frimeur dans l'âme mais cependant toujours en retard sur la mode belge; dragueur

invétéré, tant des fonds marins que de la gent féminine ; amateur, producteur et bien évidemment consommateur de cochonnailles et vinasse en tout genre ; j'en passe et des meilleurs. Evidemment, étant donné l'environnement multiculturel, je me dois également de citer les Italiens macho qui téléphonent à la Mamma pour savoir comment cuisiner les champignons, Colombiens tellement zen qu'on se dit que ce n'est pas naturel, Allemands marrants (si si, c'est possible) et Bretons qui n'aiment pas marcher sous la pluie.

Je n'oublierai pas les stagiaires sans qui cette thèse n'aurait pu aboutir. C'est bien connu, c'est eux qui travaillent le plus. A noter que vous devez peut-être tous regretter cette douce période alors que vous êtes maintenant hyper-stressés par un vrai travail... comme moi bientôt...

Enfin, je tiens à remercier ma famille, qui, après trois ans, a toujours le Post-it à côté du téléphone pour tenter de répéter le sujet de thèse à qui veut l'entendre, mais qui, même après mes explications soporifiques, a continué de me soutenir dans ce projet.

Si vous ne vous êtes pas reconnu, vous pouvez vous signaler, c'est avec plaisir que je vous offrirai une bière.

Laurent Vanoverberghe, Rueil-Malmaison, novembre 2008.

Table des matières

1	Introduction	3
1.1	Engrenages et déformation	3
1.2	Engrenages et production	5
1.3	Vie d'une pièce et problématiques associées	8
1.4	Démarche adoptée	9
2	Causes de la distorsion et modélisation	10
2.1	Contraintes dues au gradient de température	11
2.2	Contraintes dues au changement de phase	13
2.3	Plasticité de transformation	15
2.4	Conditions aux limites	17
2.5	Mise en équations	19
2.5.1	Table des notations	19
2.5.2	Equations fondamentales	20
2.5.3	Modélisation du problème mécanique	20
2.5.4	Modélisation du problème thermique	24
2.5.5	Modélisation des changements de phase	25
2.5.6	Transformation ferritique – perlitique – bainitique	26
2.5.7	Transformation martensitique	28
2.5.8	Modélisation de la diffusion d'éléments chimiques	28
2.5.9	Couplages	28
2.6	Validité de la modélisation	29
2.6.1	Au point de vue mécanique	29
2.6.2	Au point de vue métallurgique	30
3	Anticipation de la déformation : entre rêve et réalité	31
3.1	Définition de la géométrie de la denture	31
3.1.1	Géométrie de base	31
3.1.2	Définition de la qualité d'une denture	31
3.1.3	Corrections apportées à une denture	33
3.2	Déformation de la pièce en milieu industriel	34
3.2.1	Décomposition de la déformation	34
3.2.2	Essais de caractérisation de la déformation	34
3.2.3	Conclusion des essais	50
3.3	Simulation numérique du traitement thermique	51
3.3.1	Calcul thermométallurgique du chauffage	53
3.3.2	Diffusion des éléments chimiques	55
3.3.3	Calcul thermométallurgique de la trempe	56

3.3.4	Calcul mécanique de la trempe	65
3.3.5	Possibilités et limites de la simulation numérique	74
3.4	Méthodologie industrielle : l'application GECCO	78
3.4.1	Concept de base	78
3.4.2	Description générale	78
3.4.3	Description de la base de données	79
3.4.4	Implémentation	81
3.4.5	Avantages et inconvénients de la méthode	81
3.5	Conclusions préliminaires	83
4	Détection d'une cause de variation de la déformation	84
4.1	Méthodes de reconnaissance de forme	84
4.2	Création d'une base modale	85
4.2.1	Décomposition modale de la solution temporelle	85
4.2.2	Décomposition de Karhunen-Loève	86
4.2.3	Décomposition incrémentale	87
4.3	Reconnaissance d'une perturbation	89
4.3.1	Séparation des bases récurrente et spécifique	90
4.3.2	Définition des sous-espaces	96
4.3.3	Choix d'une base spécifique adaptée à la reconnaissance	96
4.3.4	Identification d'une cause de perturbation	97
4.4	Application de la méthode	99
4.4.1	Définition d'une éprouvette de travail	100
4.4.2	Validation numérique	100
4.4.3	Application à un cas expérimental	107
4.5	Commentaires	119
5	Conclusion et perspectives	120

Chapitre 1

Introduction

1.1 Engrenages et déformation

Les engrenages, définis comme des roues dentées transmettant un mouvement de rotation d'un arbre à un autre, sont parmi les plus anciens systèmes mécaniques d'origine humaine. De toutes les transmissions de puissance mécanique, l'engrenage est généralement le plus efficace et le plus durable. D'un autre côté, il est aussi plus coûteux qu'une chaîne ou une courroie. De plus, ce coût augmente considérablement dès que les tolérances d'usinage requises se restreignent, ce qui devient vite nécessaire pour des vitesses et des charges élevées, ou pour réduire le niveau sonore.

L'engrenage peut être, entre autres, droit ou hélicoïdal, comme présenté sur la figure 1.1. L'avantage d'une denture hélicoïdale est d'être plus douce et plus silencieuse qu'une denture droite. Cela permet aussi de réduire les contraintes dans les dents et souvent d'arriver à des vitesses de rotation élevées. Une application typique de l'engrenage hélicoïdal est la boîte de vitesse, où le silence de fonctionnement est primordial.

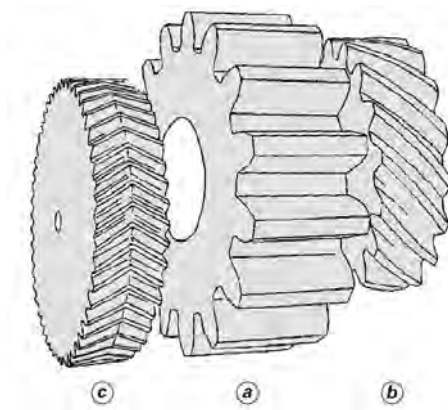


FIG. 1.1 – Différents types de denture : (a) droite, (b) hélicoïdale, (c) en chevron ([Henriot, 2002]).

Il existe deux stratégies générales différentes pour la fabrication des dentures (figure 1.2). La base est commune, seul l'ordre relatif des étapes d'usinage de finition et de traitement de durcissement diffère : soit le traitement de durcissement a lieu après l'usinage de finition soit l'usinage de finition se fait après le traitement de durcissement. Chaque stratégie présente

évidemment des avantages et des inconvénients, la première permettant de réduire les coûts de production, la deuxième d'obtenir des dimensions plus précises.

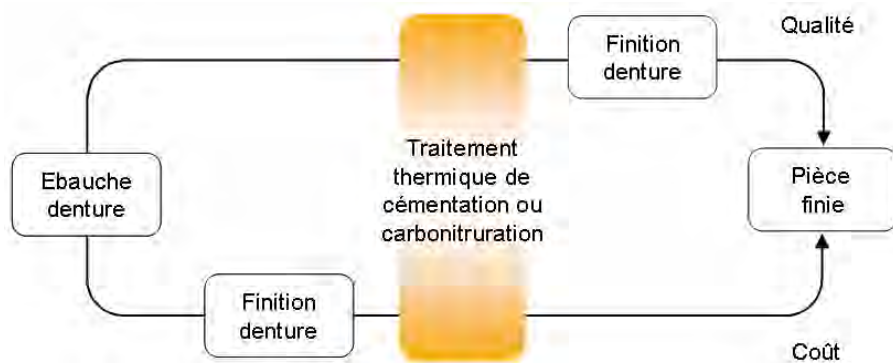


FIG. 1.2 – Deux stratégies de fabrication des engrenages.

Le traitement de durcissement est rendu nécessaire par les sollicitations importantes en service. En effet, les dents des engrenages sont sujet à des frottements importants, des mises sous charge élevées (qui peuvent être assez brusques...) et cycliques. Ces sollicitations, qui impliquent usure et fatigue, nécessitent donc soit d'utiliser un matériau performant mais cher, soit d'appliquer un traitement adéquat à un matériau plus classique. Ce traitement consiste dans notre cas en une cémentation ou carbonitruration (impliquant un chauffage de la pièce), puis d'une trempe au gaz ou à l'huile.

Pour rappel, le processus de cémentation est un traitement thermochimique superficiel d'enrichissement en carbone réalisé en phase austénitique. L'enrichissement localisé en carbone permet d'obtenir une couche de martensite en surface lors de la trempe. La dureté de cette couche est directement liée à la teneur en carbone. Ce traitement assure en plus la présence de contraintes résiduelles de compression en surface, tout en maintenant une bonne ductilité au coeur de la pièce.

Pour la carbonitruration, il y a diffusion de carbone mais aussi d'azote. Cet azote permet de réduire le temps de traitement, d'abaisser la température de traitement et d'augmenter la trempabilité de la pièce. Il y a toutefois quelques inconvénients, comme la possibilité d'avoir une fraction trop importante d'austénite résiduelle. Pour des informations supplémentaires sur les procédés de cémentation et de carbonitruration, se référer à [Ghiglione et al., 1994].

La trempe appliquée en fin de processus implique des distorsions non négligeables qu'il convient d'anticiper pour rester dans l'intervalle des tolérances dimensionnelles prescrit. Il est clair que ce procédé déforme la pièce, quelle que soit son histoire. Si cette déformation était simplement constante, la production en serait grandement simplifiée. Cependant, des variations de cette déformation viennent perturber le résultat final.

Plusieurs causes peuvent être à l'origine de ces dérives, se combinant le plus souvent entre elles. Celles-ci ne sont cependant pas toujours à imputer aux seules variations du procédé de trempe. En effet, parfois, ce dernier ne sera pas l'élément déterminant mais plutôt le révélateur d'une variation d'un état induit au préalable dans la pièce, que ce soient des contraintes résiduelles ou une microstructure particulière.

1.2 Engrenages et production

Avant de rentrer directement dans le vif du sujet, il convient de poser le cadre, de décrire l'environnement. Si l'on s'attarde seulement sur le groupe Renault-Dacia, il existe dans le monde sept sites de production mécanique de boîtes de vitesses (voir figure 1.3) : Cléon et Ruitz (France), Séville (Espagne), Cacia (Portugal), Bursa (Turquie), Pitesti (Roumanie) et Los Andes (Chili).

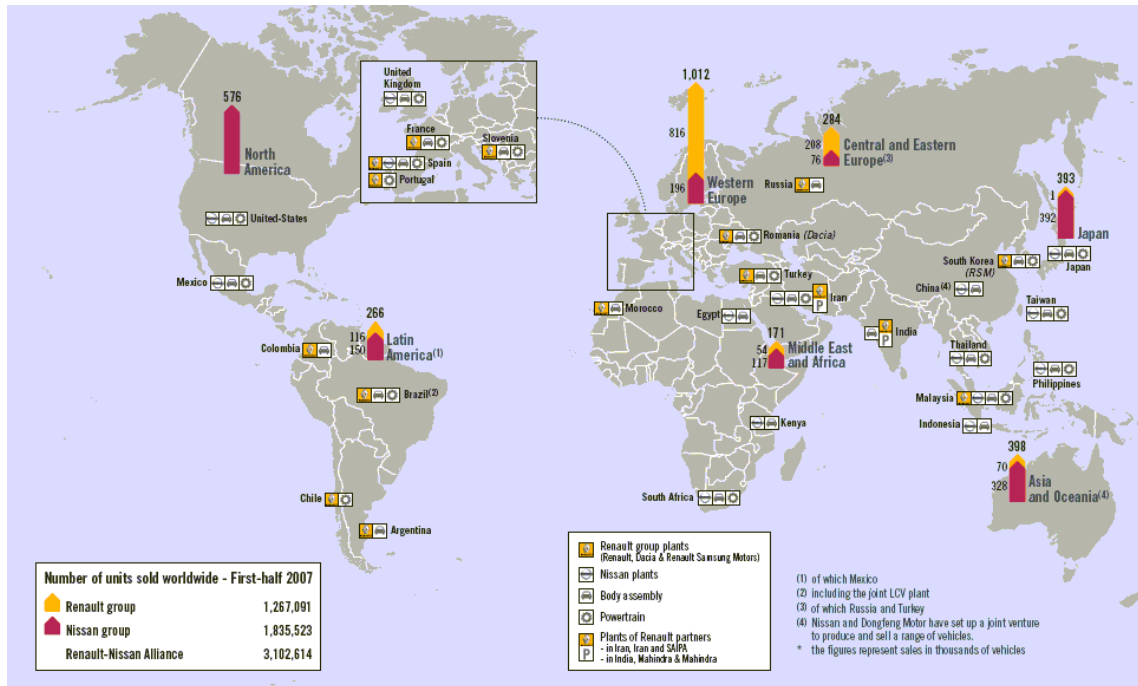


FIG. 1.3 – Sites de production et ventes de l'Alliance Renault-Nissan-Samsung en 2007 (source Renault).

En prenant par exemple le site de Séville, cela représente environ 10 000 boîtes de vitesses de type TL4 produites hebdomadairement. Chaque boîte est composée d'une quinzaine de pièces dentées (la figure 1.4 montre un éclaté de la boîte de vitesses TL4). De plus, chaque type de boîte se présente sous plusieurs versions, généralement fonction du véhicule et du moteur associés, ce qui occasionne le plus souvent des spécifications denture différentes. Un même pignon peut ainsi être décliné en cinq à six types, et il existe une dizaine de couples de pont. Cela donne donc pour Séville une production de 150 000 engrenages par semaine, répartis en environ 80 pièces différentes.

Le nombre conséquent de dentures produites et la diversité de celles-ci rend déjà le problème complexe de par son ampleur. Changer de type de pièce veut dire, selon les cas, changer de fournisseur de brut, changer de gamme¹, changer d'outil lors de l'usinage, changer de four de traitement thermique, etc., ce qui implique forcément des modifications dans le comportement de la pièce. La figure 1.5 montre à quoi ressemble une ligne de fabrication en usine.

¹La gamme est la suite d'opérations (d'usinage, de traitement thermo-chimique ou de lavage par exemple) pour fabriquer la pièce.

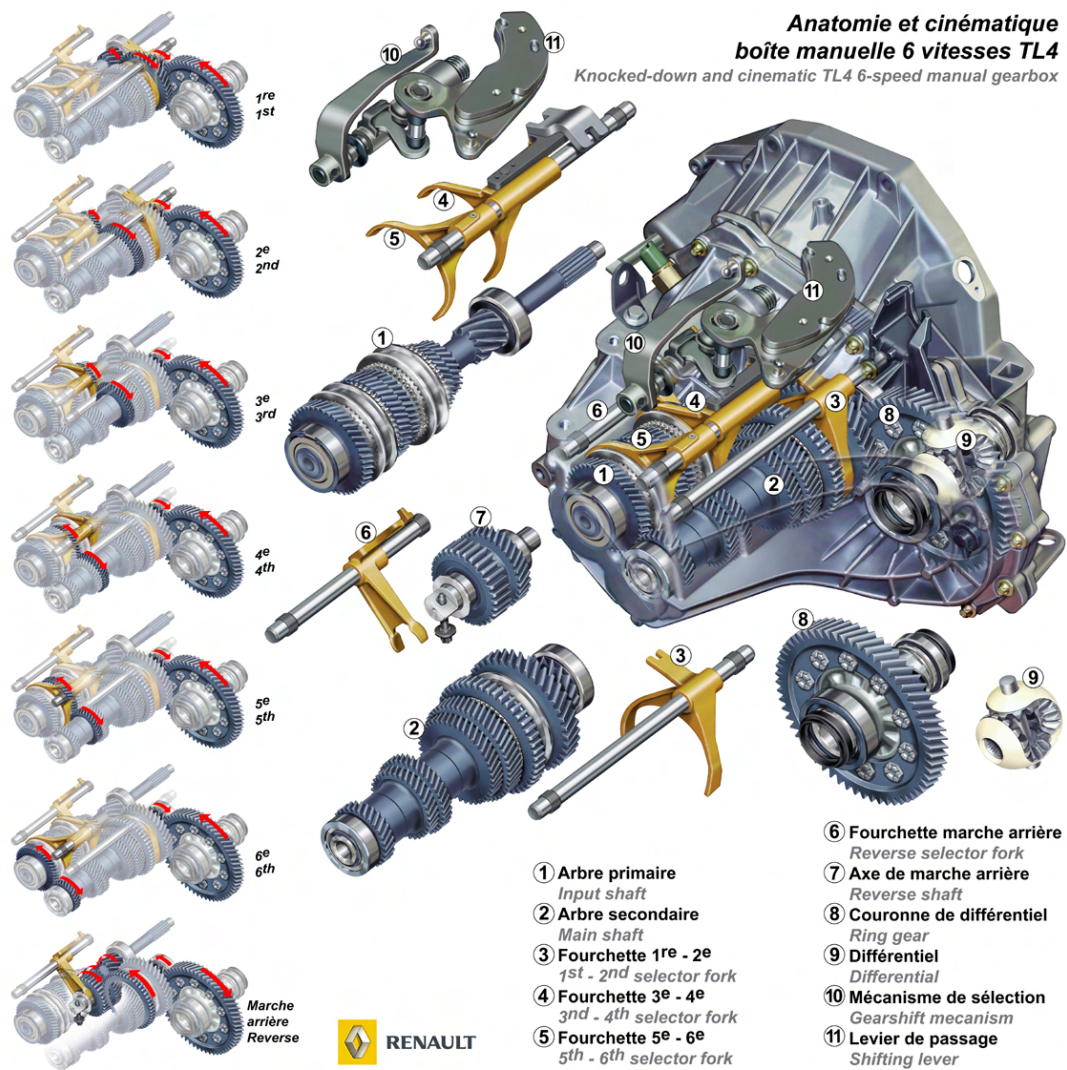


FIG. 1.4 – Eclaté de la boîte de vitesse TL4 (source Renault).

L'exemple choisi est un des plus simples mais illustre bien la complexité d'une ligne de production, comprenant de nombreux postes, chacun susceptible d'influencer la déformation de la pièce lors du traitement thermique (non représenté sur cette figure).

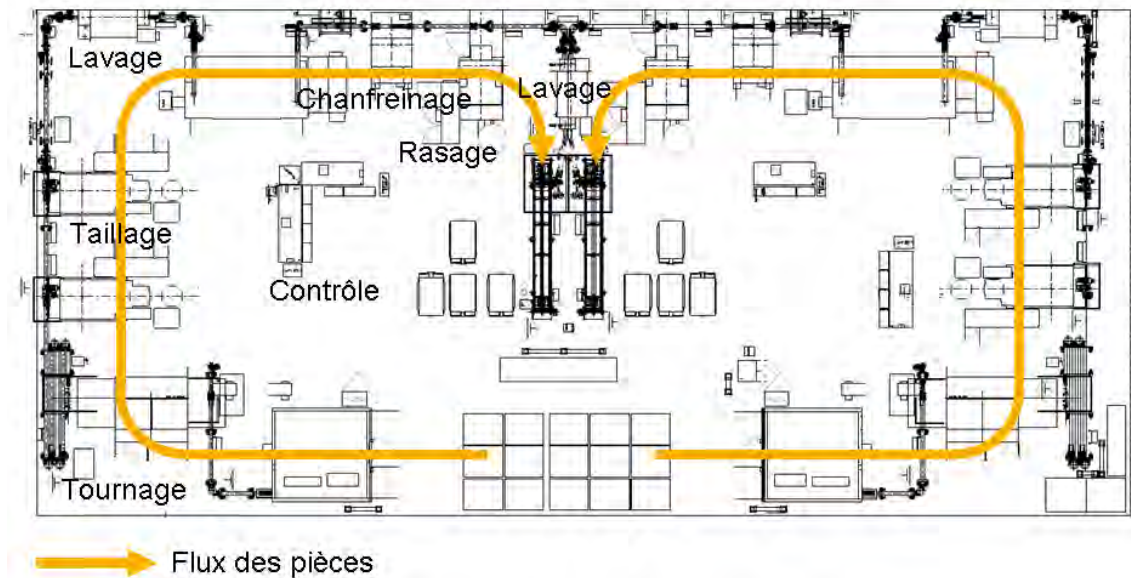


FIG. 1.5 – Exemple de ligne de production (source Renault).

Malgré les volumes de production et la quantité incroyable d'opérations nécessaires à l'obtention du produit fini, l'ordre de grandeur utilisé pour juger de la qualité de la denture est le micron. Ainsi, sur la vingtaine de caractéristiques choisies pour qualifier les dents, la plupart a un intervalle de tolérance à peine plus grand que $50\ \mu m$.

Généralement, les dérives qui évoluent de manière continue sont facilement gérables au quotidien ; il suffit de modifier légèrement l'usinage par exemple pour obtenir de nouveau des pièces de qualité. Par contre, les dérives brusques et soudaines occasionnent souvent ce que l'on appelle des crises, lors desquelles toute la production est arrêtée. Un exemple de ces dérives soudaines sur un paramètre $Wf_{H\beta}^2$ est donné ci-dessous (figure 1.6). Ces crises n'apparaissent au maximum que deux à trois fois par année mais justifient pleinement que l'on propose une méthode permettant de les solutionner plus rapidement étant donné les 10 000 véhicules potentiels qui peuvent être produits par semaine.

²L'étendue d'hélice $Wf_{H\beta}$ est la différence entre la mesure maximale et minimale du paramètre $f_{H\beta}$ (voir 3.1.2) sur une pièce.

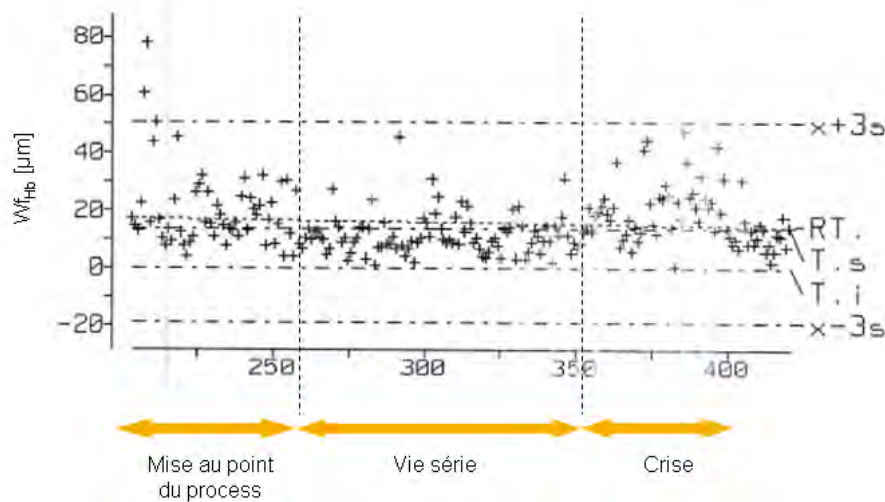


FIG. 1.6 – Exemple de dérive soudaine sur le paramètre $Wf_{H\beta}$ lors de la vie série d'un arbre primaire (source Renault). L'abscisse indique le nombre de pièces mesurées.

1.3 Vie d'une pièce et problématiques associées

Actuellement, la principale stratégie de fabrication des engrenages employée chez Renault est celle où le traitement thermique termine la gamme. Les déformations de la denture sont donc un facteur prépondérant pour l'obtention de la qualité voulue en pièce finie. Il est vrai que maintenant, de plus en plus, les procédés de finition après traitement thermique sont préférés à ceux avant traitement. Mais même pour une telle gamme, la connaissance de la distorsion est importante pour être dans de bonnes conditions lors de l'usinage de finition, afin d'obtenir une surépaisseur à enlever constante par exemple. De plus, beaucoup de travaux portent actuellement sur l'optimisation et la maîtrise de ces distorsions tout le long de la gamme de fabrication (voir par exemple [Zoch, 2008] ou [Klein et al., 2008]).

La vie de la pièce peut-être séparée en deux phases principales. Une première où l'on cherche à déterminer tous ses paramètres, qu'ils soient géométriques, métallurgiques ou autres. Il s'agit de la mise au point de la pièce : plusieurs lots de pièces sont réalisés, en cherchant à atteindre les caractéristiques de la pièce finie. Une fois cette phase complétée, la seconde est ce que l'on appelle la vie série : le fabricant cherche à garder la même qualité de pièce en anticipant toutes les dérives qui peuvent apparaître. Ceci est illustré à la figure 1.7.

Ce travail vise à apporter des solutions concrètes aux deux problématiques suivantes :

- Anticiper les distorsions lors de la mise au point de la pièce
- Reconnaître les dérives lors de la vie série et identifier leur cause

Le thème principal abordé ici est la déformation de la pièce. Il est clair que la métallurgie pourrait également faire l'objet d'une même prospection, ces deux domaines étant intimement liés. Cependant, il est clairement observé que le dimensionnel est plus sujet aux variations que la métallurgie, les microns recherchés n'y étant probablement pas pour rien. C'est pourquoi nous avons délibérément orienté ce travail vers ce point sensible qu'est la gestion de la

déformation plutôt que celle de la dureté ou des proportions de phase.

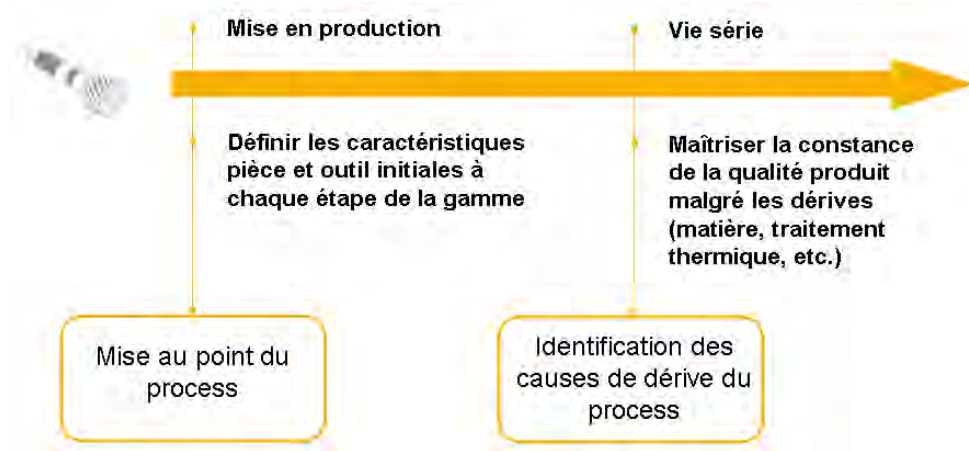


FIG. 1.7 – Schématisation de la vie d'une pièce.

1.4 Démarche adoptée

Ce travail débute par une présentation de différentes causes de distorsions de pièces apparaissant lors du traitement thermique ainsi que l'état de l'art actuel des modèles utilisables industriellement (donc principalement phénoménologiques) permettant de simuler numériquement ces déformations.

La seconde partie présente les deux possibilités majeures pour anticiper la déformation de la denture : l'optimisation à l'aide de la simulation numérique et la méthode expérimentale itérative. Les avantages et inconvénients de chacune sont évoqués et la solution empirique développée dans le cadre de ce travail et appliquée actuellement en usine est décrite.

Enfin, la dernière partie explicite comment une méthode de réduction de modèle peut être transformée en une méthode d'identification des causes de dérives qui peuvent apparaître lors de la vie série de la pièce. La validation de la méthode sur un cas numérique ainsi que son application à un cas expérimental sont également présentées.

Chapitre 2

Causes de la distorsion et modélisation

Globalement, lors du traitement thermique d'un acier, un changement de volume de la pièce, dû aux transformations de phase, est généralement observé. Cependant, diverses particularités sont à l'origine de perturbations du champ de déformation. Nous n'observons pas seulement une dilatation ou contraction mais aussi des modulations plus complexes de ce champ.

Une des premières sources de distorsions est l'hétérogénéité du matériau. En effet, malgré toute la bonne volonté du fournisseur, le métal brut sera toujours parsemé d'hétérogénéités chimiques ou mécaniques (ségrégation, contraintes résiduelles,...) qui induiront des variations à certains endroits, à différentes échelles. Le corroyage qui suit induit généralement en plus des contraintes résiduelles et des structures fibrées. Toutes ces variations de propriétés peuvent être lissées par des traitements thermiques adéquats, mais le matériau parfaitement homogène reste cependant une utopie.

Le traitement de durcissement en lui-même est cause de distorsions. Dans un premier temps, on pourrait seulement tenir compte des déformations dues aux contraintes thermiques et au changement de volume lors de la transformation de phase. Le problème n'est déjà pas simple, mais on se rend vite compte que les prédictions sont loin de la réalité... L'hétérogénéité du matériau, la concentration de carbone, la plasticité de transformation, entre autres choses, font que le comportement est bien plus complexe. Il faut en plus ajouter à cela l'influence – critique – des conditions aux limites nécessaires à une simulation numérique. Rien que pour la trempe, elles font intervenir une kyrielle de paramètres : géométrie de la pièce, position dans la charge, agitation du fluide de refroidissement, etc.

Cette partie présente d'abord les phénomènes majeurs responsables des hétérogénéités de déformation plastique et donc de distorsion. La détermination de ces causes ne peut pas être exhaustive, non pas par négligence de notre part mais plutôt par la multitude de paramètres influençant le résultat du traitement thermique.

Une présentation de différentes équations modélisant ces phénomènes est ensuite proposée. Etant donné la complexité du problème envisagé, certaines limites de cette modélisation sont également mises en évidence.

2.1 Contraintes dues au gradient de température

Lors de l'opération de trempe, les gradients thermiques provoquent des déformations et des contraintes internes, voire une plastification de certaines zones de la pièce. C'est cette déformation plastique hétérogène qui est à l'origine des contraintes résiduelles. Ces dernières peuvent provoquer des distorsions macroscopiques non négligeables, et parfois hors du cahier des charges.

Si le matériau ne subit pas de changement de phase, son comportement peut être illustré assez simplement en divisant arbitrairement la pièce trempée en deux zones : une en surface (S) qui se refroidit rapidement, et une à coeur (C) qui se refroidit plus lentement (voir figure 2.1). Au début de la trempe, la zone en surface se refroidit, et donc se contracte, beaucoup plus rapidement que la zone à coeur. Comme cette dernière ne se contracte pas assez rapidement, elle empêche la déformation de la surface. Le coeur se retrouve donc en compression alors que la surface est en traction. Si la contrainte de traction dépasse la limite d'écoulement, la surface est alors étirée plastiquement. Lorsque le coeur se refroidit, c'est alors à son tour d'être empêché de se déformer par la surface. En effet, la surface a été étirée plastiquement tandis que le coeur est toujours resté élastique. Pour maintenir une compatibilité de déformation, le coeur se retrouve en traction alors que la surface est en compression. Après décharge, ces contraintes résiduelles sont bien sûr toujours inférieures à la limite élastique du matériau. Elles peuvent cependant être assez importantes pour provoquer une distorsion notable de la pièce.

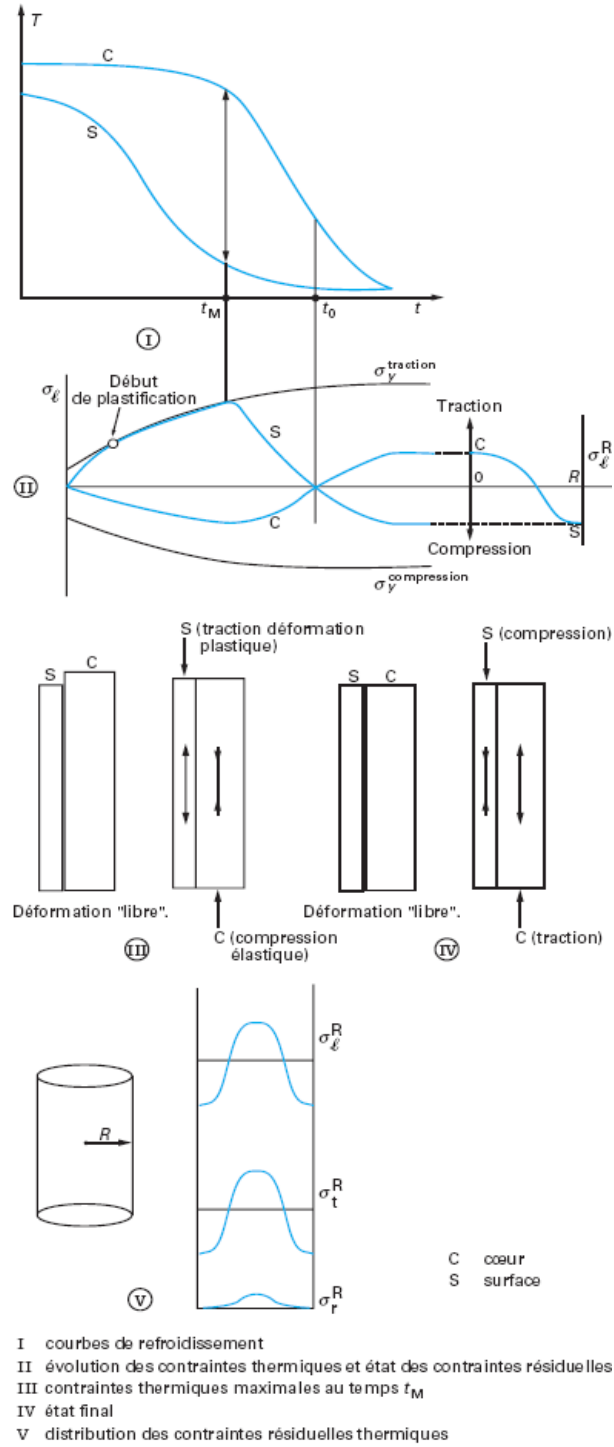


FIG. 2.1 – Genèse des contraintes résiduelles d'origine *thermique* lors de la trempe d'un matériau sans changement de phase ([Barralis et al., 1999]).

2.2 Contraintes dues au changement de phase

La trempe a souvent pour but de faire apparaître une phase dure appelée martensite. La transformation de l'austénite en une phase ferritique se fait avec une augmentation de volume. Pour la transformation martensitique, l'augmentation de volume est un peu plus importante car le carbone en solution dilate la maille (figure 2.2). Cette transformation n'est possible que lorsque le taux de refroidissement est assez important et elle ne débute que lorsqu'une certaine température M_s est atteinte.

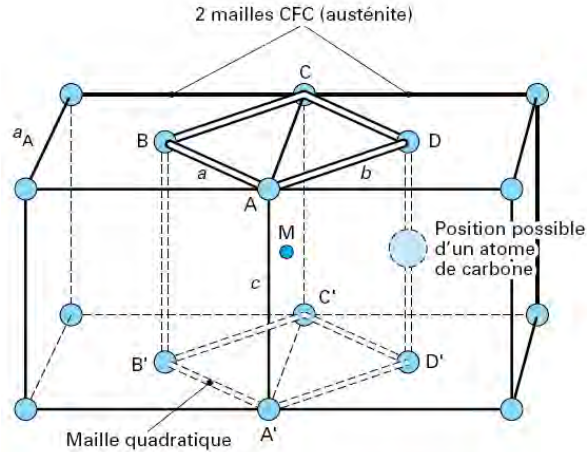


FIG. 2.2 – Origine de la maille quadratique de la martensite selon Bain ([Murry, 1998]).

Dans le cas, complètement hypothétique, où l'on ne verrait que du changement de phase et aucune déformation d'origine thermique, les contraintes résiduelles résulteraient de la non simultanéité de la transformation de l'austénite dans la pièce. On illustre ce phénomène à la figure 2.3.

La zone en surface est d'abord affectée par la transformation, ce qui augmente son volume. La zone à coeur oppose peu de résistance car constituée d'austénite à haute température très déformable. Lorsque cette dernière zone subit la transformation métallurgique, l'augmentation de volume est empêchée par la surface, déjà martensitique, donc dure et très peu déformable, ce qui induit des contraintes de compression à coeur et de traction en surface. On observe que cette répartition finale des contraintes est inversée par rapport au cas précédent.

Dans des situations réelles où contraintes d'origine thermique et métallurgiques se superposent, il devient extrêmement difficile de prédire le profil des contraintes résiduelles. Différents facteurs, comme la géométrie et la taille de la pièce, les conditions de trempe ou le type d'acier, font que chaque cas est particulier. En plus de cela s'ajoutent les effets causés par le gradient de concentration de carbone dû à la cémentation. En effet, la martensite créée pendant la trempe a une densité fonction du taux de carbone, comme le présente le tableau 2.1. Ce cas de cémentation est encore plus particulier. En effet, l'augmentation du taux de carbone provoque, entre autres, une diminution de la température M_s dans les zones cémentées. Dans celles-ci, la martensite apparaîtra donc à une température plus faible que dans les parties non cémentées. Combiné au gradient thermique provoqué par le refroidissement, cela aura pour effet de faire apparaître la martensite à l'interface entre la couche cémentée et le coeur de la pièce, comme illustré à la figure 2.4. On peut observer que, bien que la

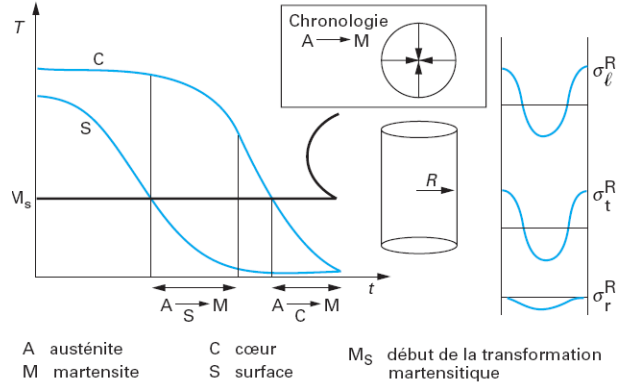


FIG. 2.3 – Genèse des contraintes résiduelles d'origine *métallurgique* lors de la trempe d'un matériau avec changement de phase, ici martensitique ([Barralis et al., 1999]).

température diminue plus rapidement en surface, la température M_s est d'abord atteinte à l'interface couche/coeur. Cela permet d'obtenir des contraintes de compression bénéfiques en surface.

Transformation	Variation de volume (%)
Perlite coalescée → austénite	$-4.64 + 2.21 \times (\%C)$
Perlite coalescée → martensite	$1.68 \times (\%C)$
Perlite coalescée → bainite inférieure	$0.78 \times (\%C)$
Perlite coalescée → bainite supérieure	0
Austénite → martensite	$4.64 - 0.53 \times (\%C)$
Austénite → bainite inférieure	$4.64 - 1.43 \times (\%C)$
Austénite → bainite supérieure	$4.64 - 2.21 \times (\%C)$

TAB. 2.1 – Variations de volume durant les transformations de phase au chauffage et au refroidissement ([Ghiglione et al., 1994])

Etant donné les différents phénomènes présentés ci-dessous, on se rend vite compte que la simulation numérique devient indispensable afin de prédire correctement les contraintes résiduelles et les distorsions.

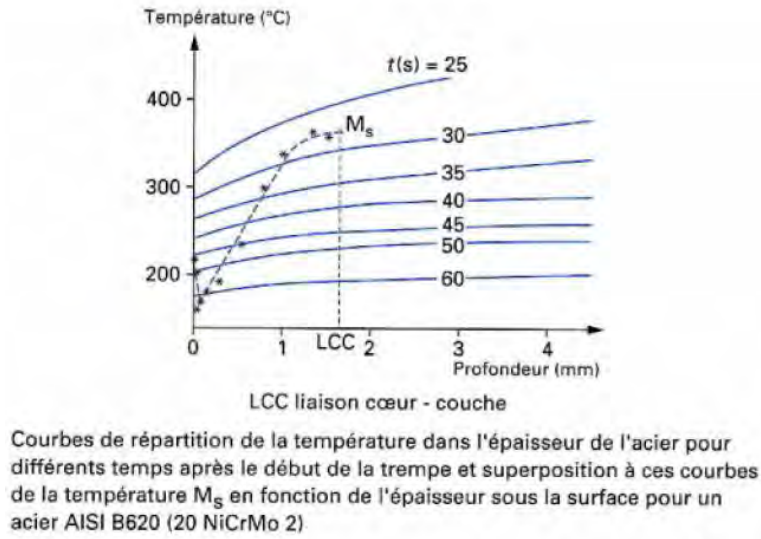


FIG. 2.4 – Influence du gradient de carbone sur la chronologie de la transformation ([Ghiglione et al., 1994]).

2.3 Plasticité de transformation

La plasticité de transformation est classiquement définie comme une déformation irréversible observée pendant une transformation métallurgique sous une contrainte qui est plus petite que la contrainte d'écoulement de la phase la plus molle. Plusieurs travaux ([Franz et al., 2004], [Taleb et Sidoroff, 2003], [Cavallo, 1998], etc.) ont démontré la nécessité de prendre en compte ce phénomène afin de correctement prédire les distorsions, plus particulièrement dans le cas de refroidissements relativement lents.

Plusieurs domaines d'études sont concernés par ce phénomène. Il y a bien sûr le traitement thermique ou le soudage, où le matériau subit une transformation métallurgique pendant son refroidissement. Dans ce cas, les contraintes internes peuvent provoquer la plasticité de transformation.

Ce phénomène est aussi présent, quoique sous une manifestation différente, dans la mise en forme d'aciers dits TRIP (TRansformation Induced Plasticity, TRIP). En synthétisant, ces aciers subissent un traitement thermique complexe qui fait qu'une partie de l'acier est composée d'austénite métastable. Lors de la mise en forme, cette austénite métastable se transforme en martensite, ce qui permet d'obtenir des pièces avec de bonnes propriétés mécaniques tout en limitant l'effort lors de la mise en forme et en augmentant la ductilité. Ici, c'est donc une déformation plastique qui induit une transformation métallurgique (l'austénite métastable en martensite).

Deux mécanismes de base, non exclusifs, sont utilisés pour expliquer cette plasticité de transformation : celui de Greenwood-Johnson (1965) et celui de Magee (1966).

Le mécanisme de Greenwood-Johnson est considéré comme un mécanisme d'accommodation. Il résulte d'une différence de compacité entre la phase mère et la phase produite. En effet, des micro-contraintes sont associées à la transformation de phase, ce qui génère des micro-déformations plastiques dans la phase la plus faible (c'est-à-dire avec la plus faible contrainte

d'écoulement). Sans contrainte appliquée, la micro-plasticité est généralement isotrope et, d'un point de vue macroscopique, seule une variation globale du volume est observée. Par contre, dès qu'une contrainte déviatorique est appliquée, la micro-plasticité est canalisée dans la direction de sollicitation, ce qui provoque la plasticité de transformation. Une représentation schématique de ce mécanisme est donnée à la figure 2.5.

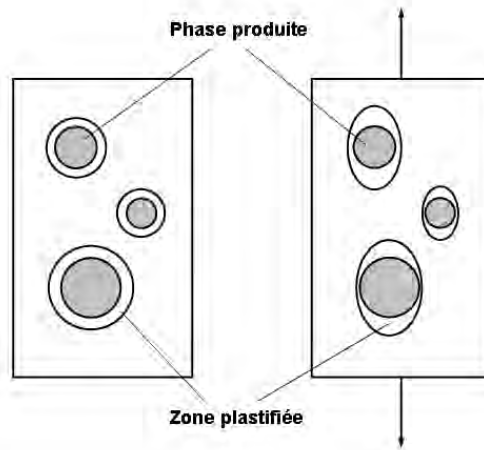


FIG. 2.5 – Illustration de l'effet d'accommodation sous contrainte ([Gautier et Simon, 1989]).

Le mécanisme de Magee est quant à lui un mécanisme d'orientation, plutôt adapté pour décrire la transformation martensitique. Cette dernière apparaît sous la forme de 24 variants, chacun ayant une orientation particulière de son réseau cristallographique. La description mécanique de chaque variant I est donnée par un tenseur de déformation de transformation ϵ^{tr_I} comprenant un terme volumique δ et un terme de cisaillement γ .

En général, les contraintes appliquées ainsi que les contraintes internes font que certains variants sont plus souvent sélectionnés. En d'autres mots, les contraintes appliquées et/ou internes favorisent la croissance des lattes martensitiques dans certaines directions préférentielles, ce qui a pour effet d'additionner les composantes de cisaillement des variantes et provoque donc une déformation macroscopique dans la direction privilégiée. Ceci est bien illustré par la figure 2.6. Il est toutefois à noter que le phénomène d'accommodation est aussi présent de par la partie volumique du tenseur ϵ^{tr_I} .

La prédominance d'un mécanisme ou de l'autre dépend du type de matériau, de la transformation et du chargement. Le mécanisme de Greenwood-Johnson est important dans les transformations avec diffusion (transformation ferritique/perlitique) mais aussi dans les transformations bainitique et martensitique lorsque la différence de compacité est grande entre les phases. Le mécanisme de Magee a quant à lui été proposé pour expliquer la transformation de plasticité durant la transformation martensitique mais est cependant aussi présent lors la transformation bainitique. Il est absent lors des transformations avec diffusion.

La modélisation du mécanisme de Greenwood-Johnson peut se traiter simplement, tandis

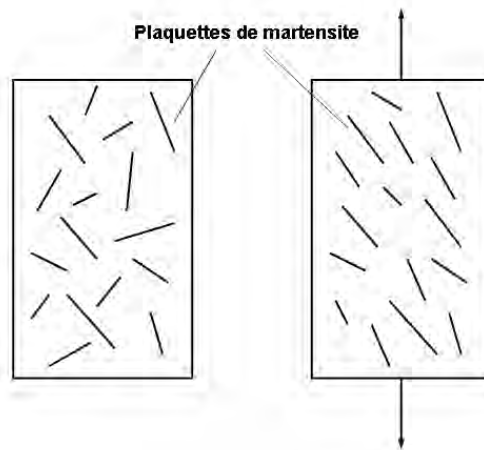


FIG. 2.6 – Illustration de l'effet d'orientation sous contrainte ([Gautier et Simon, 1989]).

que celle de Magee implique des interactions complexes entre métallurgie et mécanique qui nécessitent à certaines étapes un traitement heuristique et donc l'introduction de paramètres supplémentaires. Le premier type de modèle est généralement implémenté dans les codes commerciaux actuels. Le principe du second mécanisme, bien plus complexe, implique une résolution micro-macro (cfr [Cherkaoui, 2002], [Antretter et al., 2004], [Diani et al., 1995], [Fischer et al., 2000], etc.). Bien que beaucoup d'efforts soient mis en jeu pour développer cette méthode, la puissance des calculateurs classiques actuels ne permet pas de traiter des problèmes macroscopiques en des temps raisonnables.

La prise en compte du seul mécanisme d'accommodation semble trop simpliste pour modéliser la plasticité de transformation lors de conditions de transformation complexes (formation de plusieurs phases, contrainte appliquée variant au cours de la transformation, etc.). Malheureusement, les cas dits « simples » sont extrêmement rares en réalité... Le mécanisme de Magee peut donc rarement être considéré comme totalement négligeable. La prépondérance du phénomène d'accommodation ou d'orientation semble également être fonction du matériau.

En résumé, la modélisation de la plasticité de transformation devrait tenir compte tant du mécanisme d'accommodation (pour les transformations diffusionnelles) que du mécanisme d'orientation (pour les transformations displacives) avec, idéalement, une influence variable de chaque mécanisme selon le chargement, le type de transformation, etc.

2.4 Conditions aux limites

On le voit, la modélisation des différents mécanismes qui interviennent pendant le traitement thermique est complexe. Les conditions aux limites le sont tout autant : la moindre modification du processus a son importance. Cela va du sens de l'écoulement du fluide de refroidissement à la position de la pièce dans la charge en passant par la ventilation dans le

four de cémentation.

Tous ces facteurs sont compris dans le coefficient de transfert h^1 , d'une importance capitale pour la détermination des conditions aux limites thermiques. Celui-ci ne peut donc être considéré comme constant ni dans le temps ni dans l'espace. En effet, la valeur de ce coefficient varie entre autres avec la température (et la température avec le temps). Par exemple, dans le cas d'un liquide de trempe, son état passe généralement par trois stades au cours du refroidissement :

- Dans la première partie de la trempe, le liquide qui est directement en contact avec la pièce est vaporisé. Cette couche de gaz autour de la pièce isole celle-ci et le refroidissement est lent.
- Au début du deuxième stade, l'enveloppe gazeuse devient instable puis disparaît au profit de l'ébullition. L'extraction de la chaleur est la plus efficace dans ce cas.
- Enfin, le dernier régime est celui de convection.

L'évolution du coefficient de transfert en fonction de la température suit donc une courbe telle que celle de la figure 2.7.

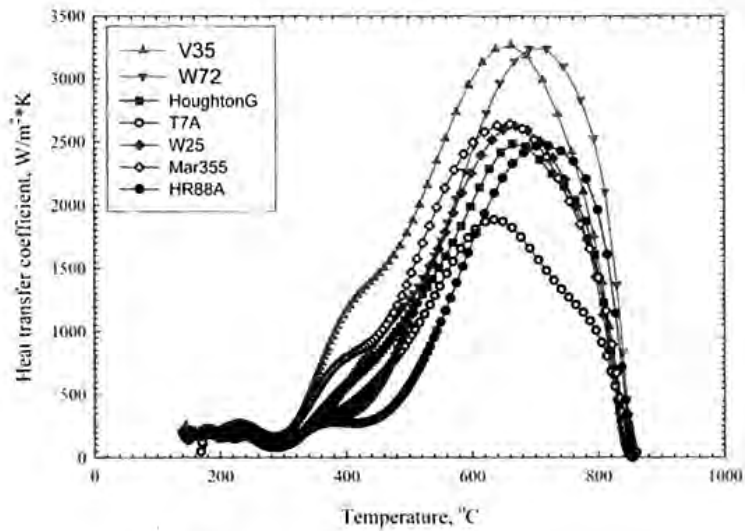


FIG. 2.7 – Relation entre la température de surface et le coefficient de transfert h pour des trempes avec différentes sortes d'huile ([Maniruzzaman et Sisson, 2004]).

L'exemple de la figure 2.8 illustre bien l'importance de la détermination de ce coefficient. De plus, l'état de surface influence aussi le coefficient de transfert : le film de vapeur devient plus vite instable sur une surface rugueuse ou lorsque qu'il y a des irrégularités de surface. On le voit, le coefficient de transfert ne peut raisonnablement être considéré comme homogène dans toute la pièce. Certaines parties se refroidissent donc plus rapidement que d'autres, ce qui peut provoquer des transformations de phase locales et donc des distorsions.

¹Ce coefficient intervient dans l'équation classique de condition aux limites thermiques, $-k \frac{dT}{dn}|_p = h(T_p - T_{\infty})$, où T_p est la température à la paroi, de normale \vec{n} , et T_{∞} celle du fluide environnant.

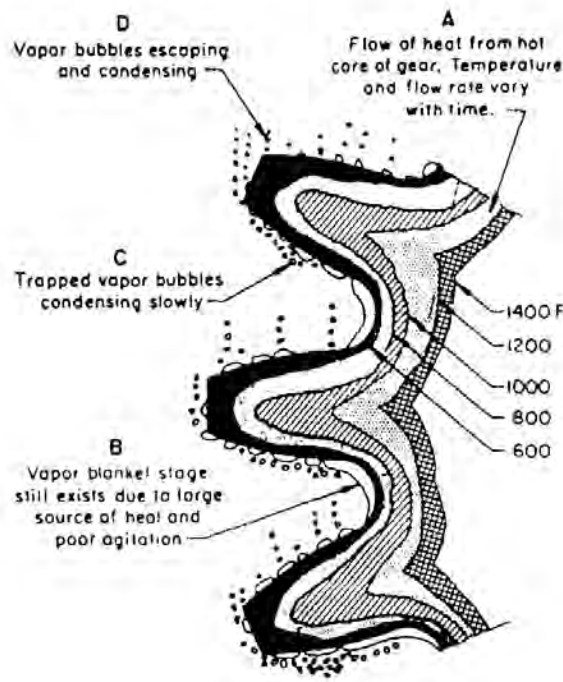


FIG. 2.8 – Influence de la géométrie sur le coefficient de transfert ([von Bergen, 1992]).

On voit que ces conditions aux limites ont une grande influence sur les distorsions de la pièce. Malheureusement, il est particulièrement difficile de fournir expérimentalement un coefficient de transfert qui tienne compte de tous les facteurs influents et qui soit représentatif des conditions réelles. Il faut veiller aussi à rester pragmatique et identifier les facteurs de premier ordre. La tendance actuelle est de déterminer ces conditions aux limites non plus expérimentalement mais numériquement, les simulations en mécanique des fluides ayant fait de grands progrès (voir par exemple [Kumar et al., 2007], [Schüttenberg et al., 2007]).

2.5 Mise en équations

La modélisation des phénomènes décrits précédemment est une tâche ardue. Dans des conditions « classiques », un modèle simple donnera souvent satisfaction. Par contre, dès que le problème se complexifie, les modèles simples montrent vite leurs limites. Chaque année, de nouveaux essais mettent en défaut des équations qui semblaient pourtant parfaitement convenir. Evidemment, tout repose sur une compréhension des mécanismes exacts qui se déroulent lors du traitement thermique. Mais cette compréhension fine du problème nécessite non seulement une recherche de pointe et l'intégration de multiples physiques mais également des données extrêmement précises, ce qui n'est pas toujours compatible avec des conditions et des délais industriels. Les modèles phénoménologiques ont encore de beaux jours devant eux, pourvu qu'ils soient adaptés au problème modélisé. Cette partie vise à présenter la modélisation actuelle du traitement thermique, applicable à un cas industriel.

2.5.1 Table des notations

σ : tenseur des contraintes de Cauchy [Pa]

\mathbf{s}	: déviateur de $\boldsymbol{\sigma}$	[Pa]
ρ	: masse volumique	[kg m ⁻³]
z	: fraction volumique	[-]
T	: température	[K]
$\boldsymbol{\epsilon}^t$: tenseur de déformation totale	[-]
$\boldsymbol{\epsilon}^{el}$: tenseur de déformation élastique	[-]
$\boldsymbol{\epsilon}^{in}$: tenseur de déformation inélastique	[-]
$\boldsymbol{\epsilon}^{thm}$: tenseur de déformation thermométallurgique	[-]
$\boldsymbol{\epsilon}^p$: tenseur de déformation plastique	[-]
$\boldsymbol{\epsilon}^{vp}$: tenseur de déformation viscoplastique	[-]
$\boldsymbol{\epsilon}^{tp}$: tenseur de déformation de plasticité de transformation	[-]
E	: module de Young	[Pa]
ν	: coefficient de Poisson	[-]
K	: consistance	[Pa]
m	: coefficient de sensibilité à la vitesse	[-]
H	: module d'écrouissage	[Pa]
n	: coefficient d'écrouissage	[-]
\mathbf{X}	: contrainte interne (variable d'écrouissage)	[Pa]
\mathbf{x}	: déviateur de \mathbf{X}	[Pa]
α	: coefficient de dilatation	[-]
$\boldsymbol{\delta}$: tenseur identité	[-]

A noter que les tenseurs sont représentés par des lettres en gras.

2.5.2 Equations fondamentales

Les équations fondamentales de la mécanique des milieux continus sont les suivantes :

Principe fondamental de la dynamique :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = \rho \boldsymbol{\gamma} \quad (2.1)$$

Conservation de la masse :

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.2)$$

Conservation de l'énergie :

$$\rho \frac{dE}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \dot{W} \quad (2.3)$$

Du fait de la nature multiphasique possible du matériau, une homogénéisation doit être appliquée. En première approche, une loi des mélanges linéaire est adoptée. Ainsi, chaque paramètre décrit ci-après est en fait le résultat d'un mélange – linéaire donc – des paramètres correspondants de chaque phase présente. Ces paramètres sont pondérés par la fraction volumique z_i de chaque phase i .

2.5.3 Modélisation du problème mécanique

Etant donné notre problème, les effets d'inertie peuvent être négligés. L'équation (2.1) devient alors :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = 0$$

L'équation de conservation de la masse (2.2) ne mène pas à l'incompressibilité puisque la masse volumique² ρ varie au cours du temps, du fait de la dilatation volumique et des transformations de phases. Cette masse volumique est une somme pondérée des masses volumiques de chaque phase :

$$\rho = \sum_i z_i \rho_i$$

La variation de ρ en fonction du temps dans l'équation (2.2) s'écrit donc :

$$\frac{d\rho}{dt} = \sum_i \left(\dot{z}_i \rho_i + z_i \frac{\partial \rho_i}{\partial T} \dot{T} \right)$$

Le premier terme du membre de droite correspond au changement de densité dû à la transformation de phase tandis que le second correspond à l'expansion thermique.

Il reste maintenant à fournir :

- une loi de comportement pour le matériau, reliant les contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ au champ de vitesse de déformation $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$;
- des conditions aux limites.

Les équations développées ici s'appuient sur le travail de [Aliaga, 2000] et [Martinez, 1998] qui ont développé des modèles respectivement pour la trempe et le soudage.

2.5.3.1 Loi de comportement

Un des problèmes de la modélisation du traitement thermique est que la gamme de température couverte est très large. En effet, cette dernière varie de la température ambiante à la température d'austénitisation (entre 800 °C et 1000 °C selon le type d'acier), voire au-delà. Le choix de la loi de comportement est donc délicat puisqu'elle doit être représentative de la rhéologie du matériau sur une plage de température assez vaste et donc intégrer de nombreux phénomènes physiques.

Il est communément admis que sous l'hypothèse des petites déformations, la déformation totale³ et donc la vitesse de déformation totale, peut se décomposer de la manière suivante, avec les termes explicités ci-dessous :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{el} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{in} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{thm}$$

2.5.3.1.1 Déformation élastique $\boldsymbol{\epsilon}^{el}$

Le matériau est supposé suivre une loi élastique linéaire isotrope :

$$\boldsymbol{\epsilon}^{el} = \mathbb{C}^{el} : \boldsymbol{\sigma} \quad (2.4)$$

où

$$C_{ijkl}^{el} = \frac{1+\nu}{E} \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad (2.5)$$

²Pour un matériau isotrope, changement de densité et déformation sont reliés par l'équation $\dot{\boldsymbol{\epsilon}} : \boldsymbol{\delta} = -\frac{1}{3} \frac{\dot{\rho}}{\rho}$

³Dans le cadre de la théorie des petites transformations, la déformation totale $\boldsymbol{\epsilon}$ est la partie symétrique de l'opérateur gradient de déplacement : $\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{2} [\nabla \cdot \mathbf{u} + (\nabla \cdot \mathbf{u})^T]$

ν étant le coefficient de Poisson, E le module de Young et δ_{ij} le symbole de Kronecker. Le tenseur d'ordre 4 \mathbb{C}^{el} est l'inverse du tenseur d'élasticité \mathbb{D} .

La dépendance des coefficients de l'équation (2.5) influence la dérivée de l'équation (2.4) :

$$\dot{\epsilon}^{el} = \mathbb{C}^{el} : \dot{\sigma} + \dot{T} \frac{\partial \mathbb{C}^{el}}{\partial T} : \sigma$$

Les paramètres E et ν diffèrent peu quelque soit la phase (austénite résiduelle, perlite, bainite, etc.). Ils peuvent donc être considérés comme identiques. Cela ne sera vrai que pour ces paramètres. Par contre, E peut varier selon la température.

2.5.3.1.2 Déformation inélastique ϵ^{in}

La déformation inélastique peut être approximée par un modèle soit élastoplastique soit élasto-viscoplastique.

Dans le cas simple où seule la déformation plastique ϵ^p participe à la déformation inélastique, la frontière entre domaine élastique et inélastique est définie par une fonction f appelée surface de charge. Pour les matériaux à écrouissage positif, cette fonction dépend généralement du tenseur des contraintes σ , des variables internes R et \mathbf{X} décrivant l'écrouissage et éventuellement de la température :

$$f = f(\sigma, R, \mathbf{X}, T)$$

Le comportement du matériau est fonction de la valeur de la fonction f :

$f < 0$	\rightarrow	comportement élastique
$f = 0$ et $\dot{f} = 0$	\rightarrow	écoulement plastique
$f = 0$ et $\dot{f} < 0$	\rightarrow	décharge élastique

La loi d'écoulement s'écrit :

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma},$$

où λ est le multiplicateur plastique. La condition de consistance ($\dot{f} = 0$ lorsque $f = 0$) permet d'exprimer ce multiplicateur plastique.

L'écrouissage peut être soit isotrope soit cinématique ou encore une combinaison des deux. Schématiquement, cet écrouissage cinématique se traduit par une translation de la surface de charge, translation représentée par un tenseur \mathbf{X} . L'écrouissage dit isotrope correspond quant à lui à une dilatation de la surface de charge.

Il est important de préciser ici que la prédominance d'un type d'écrouissage ou de l'autre dépend bien évidemment du matériau, mais aussi de la façon d'interpréter les courbes de traction (voir [Bammann et Ortega, 1993]). De plus, [Frerichs et al., 2004] montrent que les résultats des simulations peuvent différer d'une manière conséquente selon le type d'écrouissage choisi. Evidemment, plus le modèle est complet et plus l'identification des paramètres matériaux sera laborieuse.

Dans notre cas, étant donné que le traitement thermique provoque des chargements cycliques, on pourrait croire qu'il est préférable de tenir compte d'un écrouissage cinématique. Il est toutefois à noter que le choix du type d'écrouissage influence peu les résultats lorsque l'ensemble

de la pièce subit un changement de phase ([Denis, 1987] et [Sjöström, 1985]). Cela semble dû à l'hypothèse d'une restauration complète de l'écrouissage lors de la transformation, ce qui est généralement posé par manque de données expérimentales ([Aliaga, 2000]).

Un des modèles les plus simples existant est celui élastoplastique avec écrouissage isotrope. Si l'on considère un critère de von Mises, la surface de charge f s'écrit alors de la manière suivante :

$$f = \sigma_{eq} - R - \sigma_Y,$$

où $\sigma_{eq} = J_2(\boldsymbol{\sigma})$ vaut $\sqrt{\frac{3}{2}\mathbf{s} : \mathbf{s}}$, \mathbf{s} étant le déviateur de $\boldsymbol{\sigma}$. Le terme R représente l'écrouissage et σ_Y est la limite élastique du matériau.

La loi d'écoulement devient alors :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \frac{3}{2}H(f)\frac{\langle \dot{\sigma}_{eq} \rangle}{R'(\bar{\epsilon})}\frac{\mathbf{s}}{\sigma_{eq}}$$

H désigne la fonction de Heaviside : $H(f) = 0$ si $f < 0$, $H(f) = 1$ si $f \geq 0$, tandis que l'expression $\langle u \rangle$ vaut u si $u \geq 0$, 0 sinon. Ces symboles permettent d'assurer $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = 0$ lorsque $f < 0$ ou lorsqu'il y a décharge ($\dot{f} = 0$).

La fonction d'écrouissage R peut s'exprimer en fonction de la déformation équivalente $\bar{\epsilon}$ ⁴ :

$$R(\bar{\epsilon}, T) = H(T)\bar{\epsilon}^{n(T)}, \quad R'(\bar{\epsilon}, T) = n(T)H(T)\bar{\epsilon}^{n(T)-1}$$

où H est le module d'écrouissage et n le coefficient d'écrouissage.

La déformation inélastique peut être considérée indépendante du temps pour les cas suivants [Lemaître et Chaboche, 1988] :

- chargements infiniment lents ou recherche d'états asymptotiques sous chargement fixé ;
- chargements infiniment rapides.

Lorsque le matériau est sollicité sous des températures inférieures au quart de la température de fusion, ces deux possibilités sont fort proches, ce qui justifie alors cette approche. Par contre, dans le cas du traitement thermique, il pourrait être nécessaire de considérer la viscosité. Cependant, [Denis, 1997] résume que les effets visqueux ont leur importance lors de refroidissement relativement lents ou dans des pièces massives siège de gradients de vitesses de déformation élevés. [Alberg et Berglund, 2003] ont également effectué une comparaison de résultats obtenus avec différents modèles.

Les paramètres définis ici (H et n) suivent une loi des mélanges linéaire. De plus, une dépendance de la limite élastique σ_Y en fonction du carbone peut être introduite selon la formule suivante ([Inoue et al., 1985]) :

$$\sigma_Y = \frac{c_1 - c}{c_1 - c_0}\sigma_{Y0} + \frac{c_0 - c}{c_0 - c_1}\sigma_{Y1},$$

avec σ_{Y0} et σ_{Y1} les limites d'élasticité du matériau pour une concentration en carbone c_0 et c_1 respectivement.

⁴La déformation équivalente $\bar{\epsilon}$ vaut $\sqrt{\frac{2}{3}\boldsymbol{\epsilon}^p : \boldsymbol{\epsilon}^p}$.

2.5.3.1.3 Déformation thermométallurgique ϵ^{thm}

Cette déformation est elle aussi décomposée en plusieurs termes :

$$\epsilon^{thm} = \epsilon^{th} + \epsilon^{tr} + \epsilon^{pt}$$

- Le premier terme est la déformation thermique, décrivant la dilatation ou la contraction de la matière. Celle-ci est reliée linéairement à la température par le coefficient de dilatation α :

$$\dot{\epsilon}^{th} = \alpha \dot{T} \delta$$

Il s'agit d'une déformation isotrope. Le coefficient α est de nouveau le résultat d'une pondération linéaire des différents coefficients de dilatation des phases présentes.

- Le second terme est la déformation liée au changement de phase. Ce tenseur, isotrope lui aussi, s'exprime simplement par la relation suivante :

$$\dot{\epsilon}^{tr} = \dot{\epsilon}_0^{tr} \delta,$$

où

$$\dot{\epsilon}_0^{tr} = \sum_i z_i \dot{\epsilon}_{0,i}^{tr},$$

$\dot{\epsilon}_{0,i}^{tr}$ étant une constante à identifier pour chaque phase i existante.

- Enfin, le dernier terme est relatif à la plasticité de transformation. Plusieurs études montrent que cette dernière ne peut pas être négligée. Cette déformation, déviatorique cette fois-ci, peut être explicitée selon l'équation suivante :

$$\dot{\epsilon}^{pt} = k \left(\frac{\Delta V}{V}, \sigma_m^y \right) f'(z) \dot{z} h(\mathbf{s}, \sigma_{eq})$$

Le paramètre k peut être fonction de la différence de volume $\frac{\Delta V}{V}$ entre la phase mère et la phase produite, ainsi que de la limite d'écoulement σ_m^y de la phase mère, ou choisi constant pour faciliter son identification. Ils existent plusieurs possibilités pour les fonctions f' et h (voir [Martinez, 1998] et [Vanoverberghe, 2006]). Le problème de cette équation est qu'elle représente correctement le comportement du matériau sous contrainte lors de transformations diffusionnelles. Pour la transformation martensitique et, dans une moindre mesure, bainitique, elle n'est plus vraiment applicable. La représentation de ce phénomène dans ce cas par une équation macroscopique reste une question ouverte.

2.5.4 Modélisation du problème thermique

Pour un solide obéissant à la loi de conduction isotrope de Fourier, l'équation (2.3) s'écrit alors :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \Delta T + \dot{W},$$

k étant la conductivité thermique et \dot{W} un terme de production de chaleur par unité de volume. Chaque propriété mécanique du matériau peut s'exprimer comme le mélange linéaire des propriétés de chaque phase :

$$(\rho c) = \sum_i z_i (\rho c)_i \quad \text{et} \quad k = \sum_i z_i k_i$$

La production de chaleur \dot{W} permet de prendre en compte différents couplages. Elle s'exprime comme la somme de différentes contributions :

$$\dot{W} = \dot{W}_d + \dot{W}_{tr} \quad (2.6)$$

- La première représente la production de chaleur due à la déformation plastique (ou viscoplastique) :

$$\dot{W}_d = \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\epsilon}^p$$

- La seconde modélise la chaleur latente dégagée lors des transformations métallurgiques⁵ :

$$\dot{W}_{tr} = \sum_i \dot{z}_i \Delta H(T)_i$$

où $\Delta H(T)_i$ est l'enthalpie de transformation de la phase i .

Les conditions aux frontières s'expriment de différentes manières :

- Une température de paroi imposée :

$$T = T_p(t)$$

- Un flux à la paroi p (de normale \vec{n}) imposé, modélisé par un coefficient de transfert convectif h :

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \right|_p = h(T)(T_p - T_\infty)$$

C'est généralement cette dernière expression qui est employée. Le coefficient h n'est pas aisé à déterminer. Il est fonction de la température mais peut également différer selon les faces de la pièce (de par leur état de surface, oxydation ou leur exposition au fluide de refroidissement).

Les radiations peuvent être prises en compte en utilisant un pseudo coefficient de convection h' :

$$h' = h + \sigma_{SB} \epsilon_m (T_p + T_\infty)(T_p^2 - T_\infty^2)$$

σ_{SB} et ϵ_m sont ici, respectivement, la constante de Stefan-Boltzmann et l'émissivité.

2.5.5 Modélisation des changements de phase

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les transformations de phase peuvent être classées en deux groupes principaux : les transformations diffusionnelles (ferritique, perlitique) et celles displacives (martensitique). Certaines transformations intermédiaires (bainitique) appartiennent aux deux groupes.

Il existe deux grands courants pour modéliser les transformations diffusionnelles : l'approche isotherme et celle anisotherme. Cette dernière repose sur une interprétation phénoménologique de diagrammes TRC⁶. La première exploite le diagramme TTT. Cette méthode est valable sous les hypothèses suivantes :

⁵Au refroidissement, la transformation de l'austénite en une phase ferritique est une réaction exothermique.

⁶Le diagramme TRC (Transformations à Refroidissement Continu, CCT en anglais) représente les changements de phases que subit un acier lors de refroidissements continus. Le diagramme TTT (Transformations Temps Températures) représentent ces mêmes transformations mais à température constante, le matériau étant auparavant brusquement refroidi à la température voulue.

- le refroidissement peut être découpé en une succession de paliers isothermes (principe d’additivité) ;
- les transformations ne dépendent que de la composition en phase et de la température (transformations dites isocinétiques).

2.5.6 Transformation ferritique – perlitique – bainitique

2.5.6.1 Approche isotherme

Le modèle présenté ici est celui développé par [Fernandes et al., 1986]. Il sépare germination et croissance. La première étape est de trouver le temps d’incubation t_g , c’est-à-dire à partir de quand débutera la transformation, en utilisant le principe d’additivité :

$$\int_0^{t_g} \frac{dt}{\tau_F(T)} \simeq \sum_{i=1}^g \frac{\Delta t_i}{\tau_F(T_i)} = 1,$$

où t_g est le temps de germination recherché et $\tau_F(T_i)$ est le temps *de germination* à la température T_i . Une fois que cette somme vaut 1, la transformation peut avoir lieu. Evidemment, le temps t_g est spécifique à un type de transformation. Cependant, certains changements de phase consécutifs peuvent utiliser les mêmes germes (le passage de la ferrite à la perlite par exemple), ce qui est pris en compte en introduisant un facteur correctif f [Manning et Lorig, 1946] qui prend généralement les valeurs suivantes :

Austénite	→	ferrite	:	$f = 1$
Ferrite	→	perlite	:	$f = 1$
Perlite	→	bainite	:	$f = 0$

Pour l’étape de croissance, l’équation de Johnson-Mehl-Avrami, simplifiée pour le cas isotherme, est adoptée, en adaptant les paramètres pour chaque type de transformation :

$$z_i = Z_a Z_i^{max} [1 - \exp(-b_i t^{n_i})] \quad (2.7)$$

z_i est la fraction volumique de la nouvelle phase formée i , b_i et n_i les paramètres de l’équation, qui sont dépendants de la température. Z_a est la proportion d’austénite non transformée avant la transformation de phase i tandis que Z_i^{max} est la fraction maximale de la phase i à la température considérée. Cette équation peut être modifiée pour tenir compte du chargement ([Rohde et Jeppsson, 2000]).

Les réactions anisothermes sont alors simulées par une succession de paliers isothermes, la cinétique à chaque étape étant celle définie ci-dessous, en utilisant des paramètres tirés du diagramme TTT à la température considérée. Une illustration du principe est donnée ci-dessous (figure 2.9). A la fin du palier au temps t_{i-1} et à la température T_{i-1} , la fraction volumique z_{i-1} est connue. Un incrément Δt_{i-1} plus tard, la cinétique est maintenant celle à la température T_i . La proportion z_{i-1} permet de se recalculer temporellement sur cette cinétique, en trouvant un temps fictif t_i^* qui correspond au temps nécessaire pour former à cette température la quantité z_{i-1} . La proportion de phase z_i à la fin du palier à la température T_i est alors donnée par l’équation (2.7) en $t = t_i^* + \Delta t_i$.

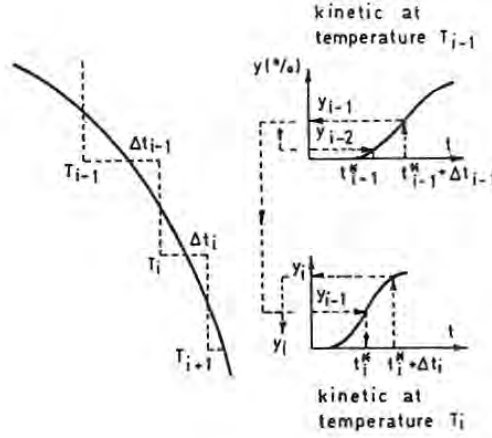


FIG. 2.9 – Illustration du principe du temps fictif [Habraken et Bourdouxhe, 1992].

Ce type de modèle donne de bons résultats pour les transformations ferritiques ou perlitiques seules. Les prédictions pour la transformation bainitique sont moins bonnes, même compte tenu des coefficients correcteurs qui peuvent être introduits.

2.5.6.2 Approche anisotherme

Un des modèles les plus usités pour décrire les cinétiques des transformations diffusionnelles est celui de [Leblond et Devaux, 1984], basé sur une loi phénoménologique semi-empirique (inspirée des équations chimiques de type cinétique) faisant intervenir une proportion de phase transformée à l'équilibre et une constante de temps :

$$\dot{z} = \frac{z_{eq} - z}{\tau_L}$$

z est la fraction volumique de la nouvelle phase, z_{eq} sa fraction volumique à l'équilibre (en fin de réaction) et τ_L est une fonction positive qui représente un temps caractéristique pour lequel la fraction de phase formée tend vers l'équilibre. Ces différentes données peuvent être obtenues par méthode inverse à partir des diagrammes TRC.

La généralisation de ce modèle pour la prise en compte de plusieurs phases et en visant à reproduire les équations de Johnson-Mehl-Avrami (mais dans ce cas avec une température variable) est décrite en détails par [Leblond et Devaux, 1984]. L'équation résultante est :

$$\dot{z}_i = z_{eq} \left(\frac{z_{eq} - z_i}{\tau} \right) \left(\ln \left(\frac{z_{eq}}{z_{eq} - z_i} \right) \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (2.8)$$

Une dépendance en fonction du taux de carbone peut être prise en compte à travers une modification du paramètre τ_L :

$$\tau_L = \frac{\tau_0}{F_\tau(\%C)} \quad (2.9)$$

2.5.7 Transformation martensitique

Cette transformation, indépendante du temps, est représentée par l'équation de Koistinen-Marburger :

$$z_m = Z_a [1 - \exp(-\beta \langle M_s - T \rangle)]$$

où M_s est la température de début de transformation et β le paramètre de la fonction⁷. Il est à noter que la température M_s peut être dépendante de la contrainte.

Comme précédemment, une dépendance en fonction du taux de carbone peut être prise en compte en modifiant la température M_s et le paramètre β :

$$M_s = M_{s0} F_{M_s}(\%C) \quad (2.10)$$

$$\beta = \beta_0 F_\beta(\%C) \quad (2.11)$$

2.5.8 Modélisation de la diffusion d'éléments chimiques

La diffusion d'éléments chimiques tels le carbone ou l'azote peut être modélisée en résolvant l'équation suivante pour chacun, reliant la concentration C de l'élément à son activité chimique a ⁸ :

$$\nabla \left(\frac{D}{\gamma} \cdot \nabla a \right) = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (2.12)$$

où D est le coefficient de diffusion et γ le coefficient d'activité thermodynamique, défini comme suit :

$$\gamma_C = \Gamma_C \exp \left(e_{C \rightarrow N} \frac{a_N}{\gamma_N} \right) \quad (2.13)$$

$$\gamma_N = \Gamma_N \quad (2.14)$$

Γ correspond au coefficient de Henry. L'influence de l'azote sur le carbone est prise en compte par le coefficient $e_{C \rightarrow N}$. L'influence du carbone sur l'azote est considérée comme négligeable. Les conditions aux limites peuvent être reliées aux paramètres réels mais une méthode inverse est généralement utilisée. Des simulations de diffusion sont alors réalisées jusqu'à retrouver le profil réel mesuré.

2.5.9 Couplages

2.5.9.1 Thermique – Mécanique

Il a été vu précédemment que plusieurs couplages existent. En premier lieu, la température influence certaines propriétés élastiques (E) et plastiques (σ_Y , H et n) du matériau. Par contre, la chaleur spécifique c et la conductivité k sont supposées constantes, du moins pour chaque phase.

⁷Cette constante β est proche de 0.011 K^{-1} pour la majorité des aciers [Rohde et Jeppsson, 2000]

⁸En l'absence de précipité, on a la relation $a = \gamma C$.

A l'inverse, la mécanique peut également influencer la thermique de par l'énergie de déformation W_d . Cependant, dans le cas de la trempe, cette contribution est faible et peut donc être négligée dans l'équation (2.6).

2.5.9.2 Thermique – Métallurgie

Ici, bien évidemment, les transformations métallurgiques sont fonction de la température. Dans l'autre sens, la métallurgie peut modifier l'évolution de la température par la chaleur latente. Celle-ci est représentée par W_{tr} dans l'équation (2.6) et ne peut en aucun cas être négligée. Il se peut même que lors d'un refroidissement, la température cesse de diminuer par l'apport de chaleur dégagée par la réaction exothermique $\gamma \rightarrow \alpha$.

2.5.9.3 Métallurgie – Mécanique

De par les changements de volume non homogènes dans la pièce, les changements de phase provoquent des contraintes de transformation dans le matériau. En plus de cela s'ajoute la plasticité de transformation (cfr 2.3).

Ces transformations métallurgiques peuvent à leur tour être accélérées ou inhibées selon l'état de contrainte. Généralement, ce second couplage est négligé, ce qui n'est plus valide pour la transformation martensitique ([Denis et al., 1985]). De la même façon, l'interaction entre plasticité de transformation et plasticité classique est ignorée.

2.5.9.4 Chronologie des étapes

Actuellement, étant donné les couplages définis précédemment, les simulations sont généralement réalisées en trois étapes séquentielles :

- un calcul de diffusion (généralement de carbone et/ou azote) ;
- un calcul thermique couplé avec les transformations métallurgiques ;
- un calcul mécanique prenant en compte la température et les changements de phase.

2.6 Validité de la modélisation

2.6.1 Au point de vue mécanique

Il semble que les distorsions soient particulièrement influencées par l'histoire des contraintes lors du chargement thermique. [Aliaga, 2000] a montré que le type d'écrouissage (isotrope ou cinématique) avait relativement peu d'influence sur la prévision des contraintes résiduelles. Par contre, l'évolution de ces contraintes au cours de la trempe n'est pas la même selon le type d'écrouissage. De la même façon, [Vincent et al., 2003] ont montré que la prise en compte ou non de la viscosité dans la seule équation de la plasticité de transformation amenait aussi une histoire des contraintes qui était différente selon le cas étudié. Les contraintes finales étaient cependant, dans cette étude, quasi identiques avec ou sans viscosité.

Les principales variables analysées au final étant les contraintes résiduelles, peu de personnes voient l'intérêt de compliquer les modèles alors que les résultats sont quasi semblables. Mais [Bru et al., 1996] et [Leblond et al., 1997] ont montré que les distorsions finales sont extrêmement sensibles non seulement à la valeur finale de ces contraintes mais également à leur évolution au cours du traitement thermique. Il apparaît donc important de s'intéresser au

type d'écrouissage ainsi qu'à la prise en compte de la viscosité, que ce soit pour la déformation inélastique ou pour la plasticité de transformation. Bien évidemment, plus le modèle est complexe et plus la caractérisation du matériau ainsi que la simulation seront laborieuses. Comme d'habitude, tout est histoire de compromis.

2.6.2 Au point de vue métallurgique

Le modèle présenté ici représente assez fidèlement les changements de phase courants mais il existe d'autres phénomènes qui peuvent influencer le comportement lors de la trempe et qui ne sont pas pris en compte. Il s'agit par exemple de l'auto-revenu de la martensite lors de trempe à l'huile chaude, phénomène qui peut provoquer des modifications dimensionnelles de la pièce ([Denis et al., 1999]). Il a également été dit que l'influence de la mécanique sur la métallurgie est un couplage qui est souvent négligé. Ceci est principalement à imputer au désir de garder des temps de calcul raisonnables et est souvent justifié lors de refroidissements rapides. Par contre, [Burtchen et al., 2008] ont montré l'importance de ce couplage lors de transformations bainitiques.

Nous avons vu que la cémentation ou la carbonitruration est une étape qui peut être simulée de manière relativement aisée pour notre application. Cependant, cela engendre une augmentation conséquente du nombre de données d'entrée nécessaires. Le problème est que cette concentration en éléments chimiques crée un gradient spatial de la composition de l'acier. Ce gradient en surface influence non seulement la cinétique mais aussi les propriétés mécaniques de manière non négligeable ([Aliaga, 2000], [Martinez, 1998], [Denis et al., 1999], ...). Cela oblige à fournir des données matériaux (limite élastique, diagramme TTT ou TRC, etc.) qui correspondent à chaque composition. Le plus souvent, il est donc réalisé une discrétisation de la pièce en différentes zones, chacune étant constituée d'un « matériau particulier ». Une autre possibilité consiste à déduire ces caractéristiques en fonction du taux des éléments (généralement pour le carbone) à partir des informations que l'on possède pour la nuance de base. Cela est évidemment limité par la validité des relations utilisées.

La microstructure initiale de l'acier a également son importance. Actuellement, beaucoup de paramètres sont déjà pris en compte, tels la proportion des différentes phases, la taille des grains, etc. Mais certains comportements observés en usine ou en laboratoire (voir par exemple [Prinz et al., 2008] ou [Kunow et al., 2008]) incitent à penser que d'autres paramètres ne demandent qu'à s'ajouter à cette liste. Les principaux étant probablement les hétérogénéités du matériau, structures en bandes et consors, majoritairement provoquées par le procédé d'obtention du brut.

Il est clair que la modélisation du traitement thermique peut encore être améliorée dans les quelques cas cités précédemment. De plus, certains points restent encore assez obscurs, telles les conditions aux limites lors de la trempe dans des fluides vaporisables. Beaucoup de travaux sont réalisés à ce niveau en laboratoire (cfr [Narazaki et al., 2007], [Narazaki et al., 2008] ou [Okita et al., 2008]) mais il reste du chemin à faire avant de caractériser complètement les conditions industrielles. Néanmoins, la simulation numérique peut déjà apporter beaucoup au niveau de la compréhension des phénomènes. Nous verrons également par la suite que nous pouvons l'utiliser d'une manière séduisante et ce en minimisant certains manquements.

Chapitre 3

Anticipation de la déformation : entre rêve et réalité

En premier lieu, nous décrivons ici comment caractériser la denture d'un engrenage. Cela est nécessaire afin d'introduire le corps de cette partie, qui vise à apporter des éclaircissements quant à la déformation des pièces lors du traitement thermique et à l'influence de certains phénomènes sur celle-ci. Les résultats provenant de la simulation numérique sont ensuite présentés et comparés aux mesures expérimentales. Enfin, la méthodologie que nous avons développée et déployée en usine est détaillée.

3.1 Définition de la géométrie de la denture

3.1.1 Géométrie de base

La géométrie hélicoïdale de base se définit assez simplement. Pour plus de précisions, se référer à [Henriot, 2001] et [Henriot, 2002]. Sans rentrer dans les détails, les paramètres essentiels (illustrés à la figure 3.1) sont :

- Les différents diamètres : de base d , de tête d_a , de pied d_f
- Le module¹ (réel m_n ou apparent m_t)
- L'angle d'hélice β et son inclinaison (gauche ou droite)
- La largeur de la denture b

Dans le cas qui nous occupe (les boîtes de vitesses), le profil d'une denture est défini par une développante de cercle à partir du cercle de base.

3.1.2 Définition de la qualité d'une denture

La vérification de la qualité d'une denture peut se faire selon différentes séries de paramètres. Les informations qui y sont relatives peuvent être trouvées dans les documents [Pasquier, 2002] et [Nor, 1996]. Seuls ceux qui subissent des variations importantes au traitement thermique sont présentés ici. Il s'agit de l'écart de direction de profil $f_{H\alpha}$ ou d'hélice $f_{H\beta}$, ainsi que des bombés, également de profil C_α et d'hélice C_β .

¹Le module est le quotient du pas p par le nombre π . Le pas est la distance entre deux points semblables de deux dents consécutives. Le pas réel se mesure perpendiculairement à l'hélice tandis que l'apparent suit une circonférence de la denture (voir figure 3.1.b).

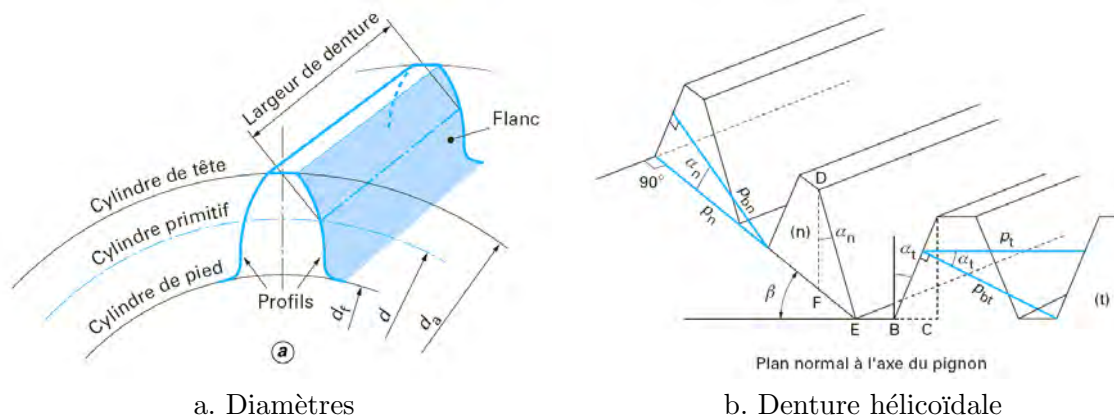


FIG. 3.1 – Principaux paramètres géométriques d'une denture ([Henriot, 2002])

La figure 3.2.a illustre la définition du paramètre $f_{H\alpha}$. Le trait plein représente le profil réel. Il est mesuré du pied (point F) à la tête (point A) de la dent. Ce profil est étudié sur une longueur d'évaluation L_α qui est une fraction de la longueur utilisable du profil. Le trait en pointillés représente le profil moyen, qui est une interpolation du profil réel. Enfin, le trait mixte représente le profil de référence qui doit être réalisé. L'écart de direction de profil $f_{H\alpha}$ se définit comme la distance entre deux tracés du profil de référence qui coupent le tracé du profil moyen aux extrémités de la longueur d'évaluation L_α . On définit ainsi un profil dit « fort » ou « faible » selon que cet écart est positif ou négatif. Cela reflète la déformation de la dent dans un plan normal à l'axe du pignon.

L'écart de direction d'hélice (figure 3.2.b) suit le même principe. Dans ce cas, une valeur positive de $f_{H\beta}$ indique un angle d'hélice plus élevé que l'angle théorique et inversement. La forme de la dent est également étudiée à travers le bombé. Ce dernier peut être réalisé sur le profil (bombé C_α) ou l'hélice (C_β), comme illustré à la figure 3.3.

Le calcul de ces éléments est détaillé au paragraphe 3.3.4.3.1.

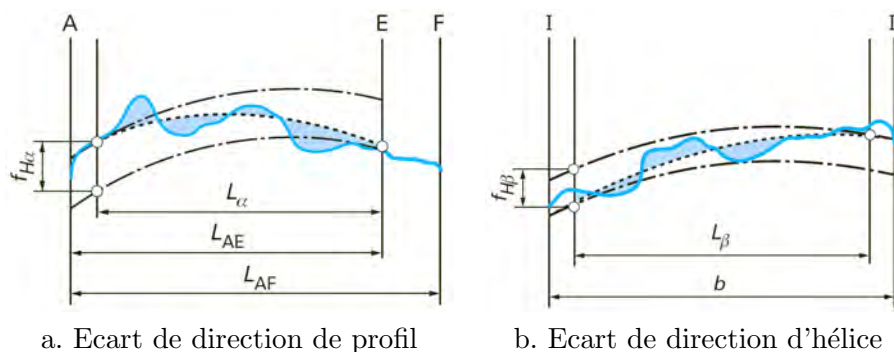


FIG. 3.2 – Ecart de direction de profil (a) et d'hélice (b). En pointillés, le profil moyen ; en tirets mixtes, le profil de référence ([Pasquier, 2002]).

La qualité d'une denture est définie par une série d'intervalles de tolérance sur la totalité des paramètres définis dans [Nor, 1996]. Les intervalles sont définis pour une classe de qua-

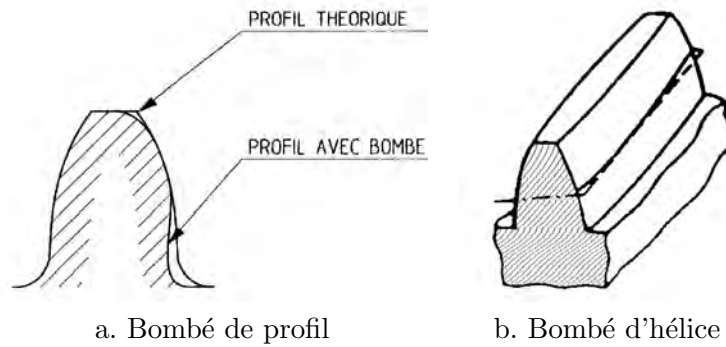


FIG. 3.3 – Illustration des bombés de profil et d'hélice ([Nor, 1996]).

lité² 5. Les autres classes de qualité s'obtiennent généralement par progression géométrique de raison $\sqrt{2}$ (sauf spécification particulière). Ces formules purement empiriques résultent de l'observation statistique des contrôles HPD³. Elles s'appuient sur la norme ISO 1328.

3.1.3 Corrections apportées à une denture

Une fois la géométrie de base définie, il est possible de corriger la denture obtenue. Il existe deux principaux types de correction :

- Les déports de denture
- Les corrections de forme

Le premier cas est obtenu en modifiant la distance relative entre l'outil et la pièce. Le deuxième cas nous intéresse plus particulièrement car ce sont ces caractéristiques qui réagissent de manière apparemment arbitraire lors du traitement thermique. Ces corrections consistent en des modifications *intentionnelles* de la géométrie telles que changement de l'angle de profil ou d'hélice ainsi que l'ajout d'un bombé. Celles-ci sont listées ci-dessous :

- Ecart de direction de profil $f_{H\alpha}$
- Bombé de profil C_α
- Ecart de direction d'hélice $f_{H\beta}$
- Bombé d'hélice C_β

Ces corrections peuvent être différentes selon le flanc de la dent. Elles sont définies par le bureau d'étude et servent généralement à optimiser le comportement sous charge des engrenages.

Au final, la denture est définie par sa géométrie de base (diamètres, module, angle d'hélice et largeur), les éventuelles corrections appliquées (déports, écarts de direction de profil $f_{H\alpha}$

²La classe de qualité définit la précision d'une denture. Elle va de 2 (la classe 1 n'étant actuellement pas techniquement accessible...) pour une denture très précise à 12 pour des dentures grossières.

³On appelle HPD (pour Hélice Profil Division) le « Procès Verbal » (aussi appelé PV denture) de la pièce, c'est-à-dire le résultat de la mesure de toutes les caractéristiques de la denture.

et d'hélice $f_{H\beta}$ ainsi que les bombés C_α et C_β) et enfin les intervalles de tolérances sur tous les paramètres donnés dans [Nor, 1996].

3.2 Déformation de la pièce en milieu industriel

3.2.1 Décomposition de la déformation

Les mesures de denture réalisées sur des pièces réelles présentent la plupart du temps un même schéma : la valeur de la caractéristique observée varie de manière sinusoïdale le long du pourtour de la pièce. Ceci est très bien illustré sur la figure 3.4, qui représente l'hélice de la pièce sur le flanc droit de chaque dent. L'autre flanc n'est pas représenté mais il est évident que l'écart de direction d'hélice évolue en concordance sur les deux flancs.

Il est donc clair que la valeur des caractéristiques que l'on désire sur la pièce finale n'est pas obtenue sur toutes les dents. Ou plutôt, la mesure que l'on en fait n'est pas constante. En effet, la mesure effectuée sur la dent est la résultante d'une déformation « locale » de la dent et d'une déformation « globale » (une ovalisation ou un vrillage par exemple), cette dernière présentant autrement la dent au palpeur de la machine de contrôle, ce qui donne une valeur toute autre. Cela reflète assez bien la pièce telle qu'elle sera vue par son conjugué, dans la boîte de vitesses.

En pratique, nous ne sommes pas capables de tenir compte de cette variation. On préconise donc au final une valeur moyenne de la caractéristique en pièce finie, assortie d'une tolérance plus ou moins grande. Ce qui nous intéresse est bien la valeur moyenne de la déformation sur la pièce. Cette moyenne est calculée d'après les mesures de plusieurs pièces, prélevées à différents endroits d'une même charge.

Cependant, comprendre en détails cette déformation peut nous aider à la minimiser et donc à diminuer la dispersion des résultats. Différents paramètres peuvent être à l'origine de cette variation. Ceux qui peuvent être considérés comme les plus influençants sont listés ci-dessous :

- un chauffage ou refroidissement local différent (dû à une modification de la circulation de l'huile ou la présence des pièces voisines, que ce soit lors du chauffage ou de la trempe),
- des caractéristiques matériau différentes selon les dents,
- une influence des contraintes résiduelles,
- ...

Des essais sont donc lancés pour identifier le ou les paramètres qui pourraient être directement reliés à cette déformation. La suite de cette section en donne les premières conclusions.

3.2.2 Essais de caractérisation de la déformation

Pour mieux comprendre les distorsions occasionnées lors du traitement thermique, trois essais ont été mis en place. Le premier vise à avoir un aperçu de l'homogénéité (ou hétérogénéité) de la déformation dans la charge et à identifier l'éventuelle influence des contraintes résiduelles sur le comportement de la pièce au cours du traitement thermique. Le second tente de corréliser certains paramètres de déformations entre eux. Enfin, une troisième analyse a été

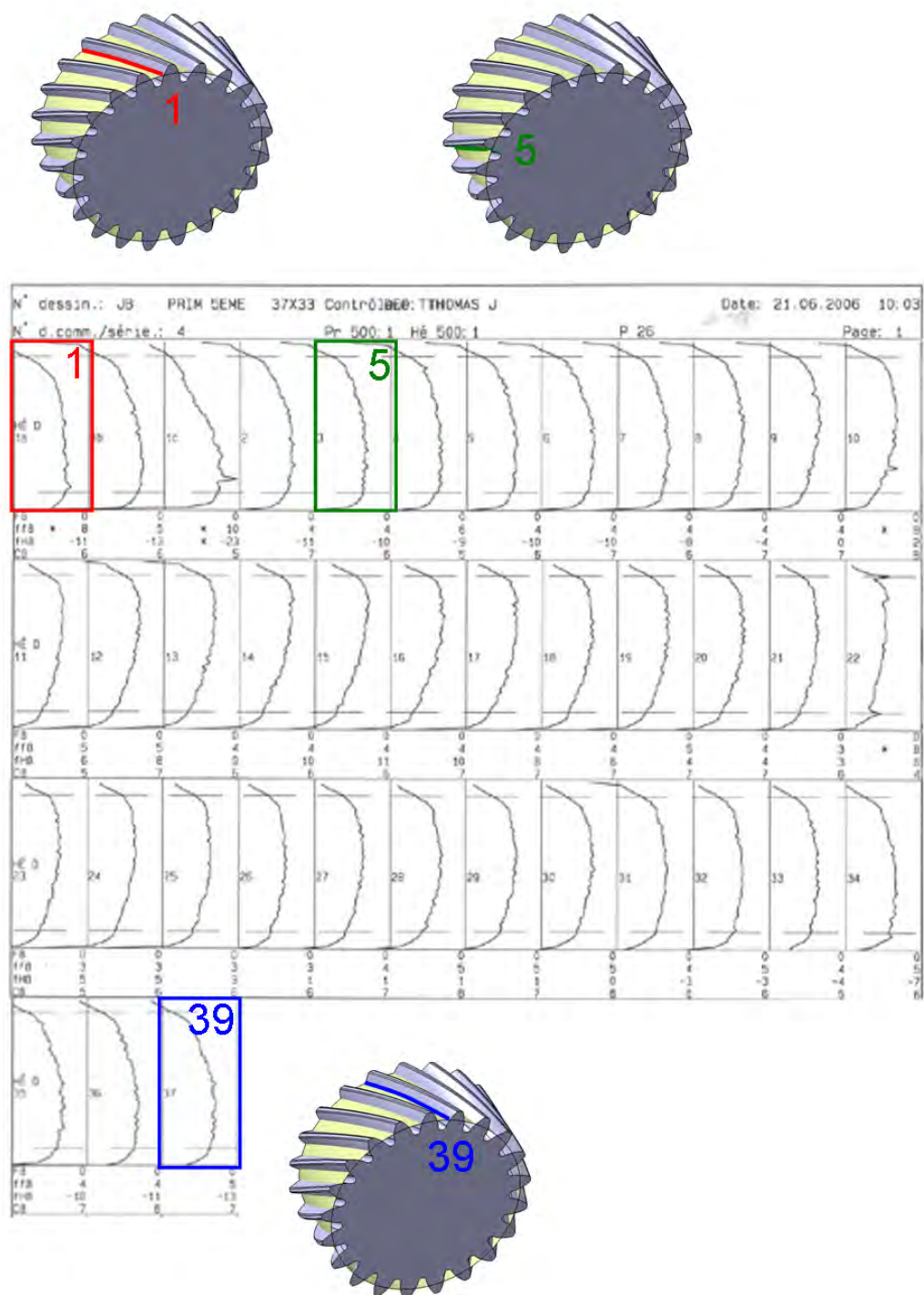


FIG. 3.4 – Contrôle des paramètres de l'hélice pour le flanc droit de toutes les dents du pignon.

réalisée, en vue d'identifier d'éventuelles différences de microstructures en différents endroits d'un même pignon.

A noter que pour l'étude de la déformation, nous nous attarderons principalement sur la valeur du paramètre $f_{H\beta}$, ou plutôt à la différence de ce paramètre après et avant traitement thermique. En effet, le paramètre $f_{H\alpha}$ dépend de $f_{H\beta}$ tandis que les bombés C_α ou C_β ont des valeurs trop faibles pour être exploitables.

3.2.2.1 Description de la pièce analysée

La pièce que nous avons sélectionnée pour cette étude est un pignon fou⁴ du couple de la 5^{ème} vitesse de la boîte J (voir figure 3.5). Ses caractéristiques sont définies dans le tableau 3.1.

Caractéristique		Valeur	Unités
Nombre de dents	z	39	[-]
Angle de pression	α_n	20	degré
Module réel	m_n	1,65	[mm]
Angle d'hélice	β	30,01	degré
Diamètre primitif	d	74,313	[mm]
Diamètre de tête	d_a	76,1	[mm]
Diamètre de pied	d_f	66,8	[mm]
Largeur de denture	b	16,7	[mm]

TAB. 3.1 – Caractéristiques du pignon fou de 5^{ème} vitesse de la boîte J.



FIG. 3.5 – Vue de côté d'un pignon fou de la 5^{ème} vitesse de la boîte J. Les crabots ainsi que le cône de synchronisation constituent la partie supérieure.

3.2.2.2 Essai 1

Ce premier essai a pour objectif de fournir une première série d'informations sur la déformation. Nous cherchons également à identifier une éventuelle influence des contraintes résiduelles induites par l'usinage réalisé avant le traitement thermique sur la déformation de la pièce.

⁴Le pignon fou est monté sur roulement, par opposé au pignon fixe qui est dans la masse de l'arbre ou emmanché sur celui-ci.

De ce fait, dans le cadre de cet essai, 25 pièces vont être rasées de cinq manières différentes (variation de la taille et de la forme de la surépaisseur enlevée au rasage, voire suppression de cette étape) afin de vérifier s'il existe une influence des opérations qui précèdent le traitement thermique sur la déformation. Par ailleurs, le traitement thermique sera réalisé dans des conditions de production stables (charge complète, deux rampes totalement occupées), lorsque les paramètres du four sont constants (pas au démarrage du four...).

3.2.2.2.1 Niveau des contraintes résiduelles d'usinage

Des mesures expérimentales de contraintes résiduelles suivant deux directions différentes (un angle ϕ de 0° ou 90° comme indiqué sur la figure 3.6) ont été réalisées en utilisant la diffraction rayons X au LIM de l'ENSAM sur les pignons de 5^{ème} à chaque étape de fabrication. Nous pouvons constater le rôle important joué par l'opération de rasage dans l'apparition des contraintes résiduelles (voir la figure 3.7). En effet, comme le soulignent les courbes ci-dessous, pour les deux directions, les contraintes résiduelles de compression mesurées après l'opération de rasage (avec une surépaisseur enlevée nominale de $45\ \mu\text{m}$ lors de cette étape) sont beaucoup plus importantes que celles mesurées après taillage. Ceci amène à penser que les contraintes induites par le rasage pourraient avoir une influence sur la déformation.

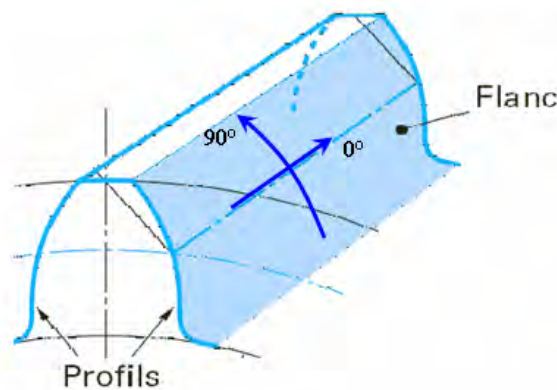


FIG. 3.6 – Directions de mesure des contraintes résiduelles (angle ϕ).

3.2.2.2.2 Conditions de l'essai

Les pièces sont disposées sur le plateau selon la figure 3.8. Elles sont toutes orientées de la même façon. Les conditions d'usinage utilisées sont décrites ci-dessous. Comme précisé précédemment, une série de pièces est seulement taillée, sans procédé de finition. Deux autres séries sont taillées avec une cote sur deux billes minimum/maximum puis rasées à la cote sur deux billes maximum/minimum, ce pour assurer une surépaisseur de matière enlevée au rasage maximale/minimale. Enfin, les deux dernières séries ont des cotes sur deux billes nominales aux deux opérations mais l'écart de direction d'hélice $f_{H\beta}$ est modifié au rasage sur chaque flanc. Ceci est illustré sur la figure 3.9. Ces paramètres sont représentatifs des cas extrêmes qui peuvent survenir en production.

Les plateaux sont passés dans un four poussant, l'un derrière l'autre lors de l'étape de chauffage tandis qu'ils sont traités séparément pour la trempe.

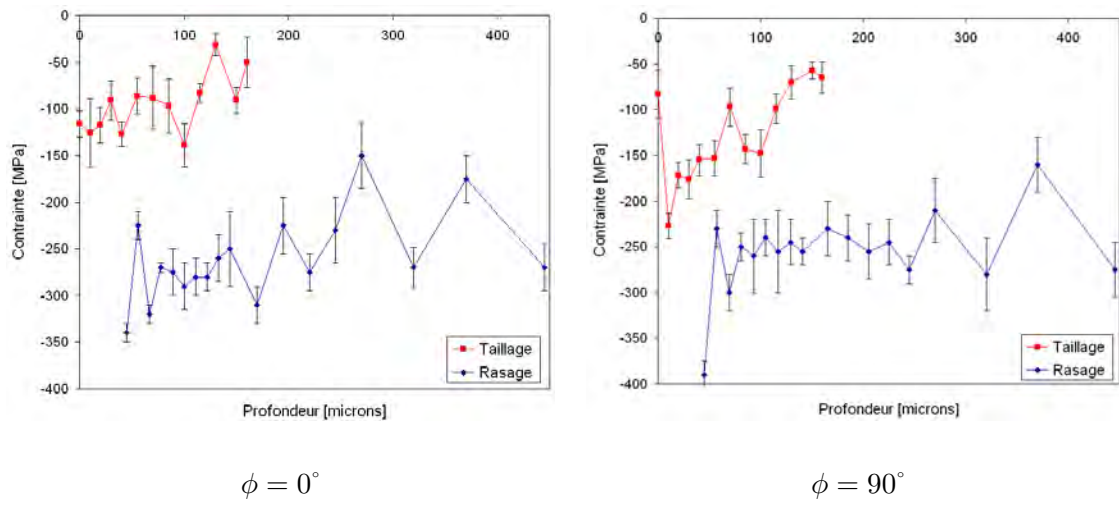


FIG. 3.7 – Niveau des contraintes résiduelles en surface de la pièce après taillage et rasage, dans les deux directions de mesure. Une surépaisseur moyenne de $45 \mu m$ est enlevée lors de l'opération de rasage, ce qui explique pourquoi les courbes après rasage débutent à une abscisse de $45 \mu m$.

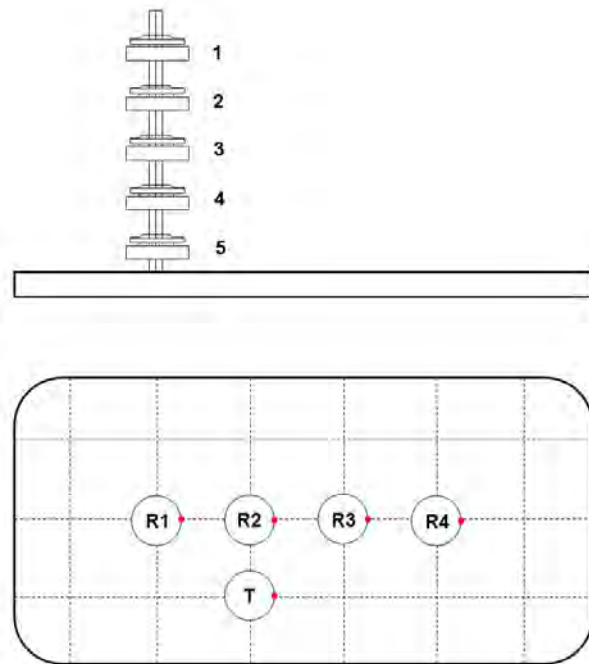


FIG. 3.8 – Vue de côté et d'en haut de la position des pièces sur le plateau pour l'essai 1. Chaque série est constituée d'une colonne de pièces, celles supérieures se voyant attribuer le numéro 1. La première dent mesurée, représentée par un point rouge, est à chaque fois positionnée de manière identique.

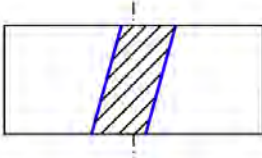
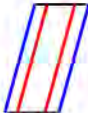




Série		Commentaires
T		Pièces taillées
R1		Surépaisseur maximale (65 μm)
R2		Surépaisseur minimale (20 μm)
R3		fH β de 15 μm au flanc gauche au rasage
R4		fH β de 15 μm au flanc droit au rasage
		

FIG. 3.9 – Illustration des différentes conditions d'usinage. Le contour de la dent est représenté au taillage (en bleu) et au rasage (en rouge), en regardant la pièce de côté.

3.2.2.2.3 Etude de la déformation

Le premier point qui saute aux yeux est la constance de la déformation moyenne⁵, du moins à l'échelle de la fabrication quotidienne. En effet, la variation moyenne des valeurs de $f_{H\beta}$ sur toutes les dents des pièces lors du traitement est quasi identique à n'importe quel endroit de la charge. Cependant, si nous observons plus précisément ces valeurs (voir figure 3.10), nous pouvons remarquer une légère tendance à l'augmentation de cette déformation moyenne pour les pièces inférieures de la charge. Par contre, les différentes conditions d'usinage n'influencent pas cette déformation moyenne.

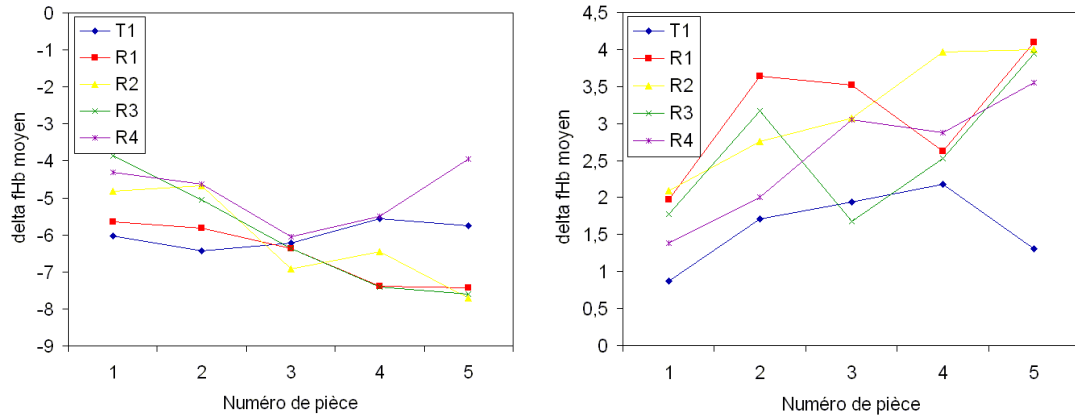


FIG. 3.10 – Variation moyenne du paramètre $f_{H\beta}$ pour chaque pièce lors du traitement thermique, sur les flancs gauche (à gauche) et droit (à droite).

Si nous nous attardons sur la déformation de chaque dent, nous constatons une tendance spécifique pour certaines pièces. En général, les pièces ont un comportement très aléatoire, illustré par la figure 3.11. Il n'y a pas d'orientation particulièrement privilégiée, que ce soit pour une même colonne de pièces ou un même plan dans la charge.

Mais dans trois cas et quel que soit le flanc, le comportement n'est plus aléatoire ; plus précisément pour les pièces dans les plans inférieur et supérieur ainsi que pour la colonne de pièces taillées, comme montré sur la figure 3.12. En effet, les minimum et maximum du paramètre $f_{H\beta}$ sont systématiquement situés au même endroit. Par contre, si la mesure de la pièce taillée est superposée sur ce graphique (figure 3.13), il est observé un déphasage de 180° .

3.2.2.2.4 Analyse des résultats

Il est extrêmement difficile de tirer des conclusions définitives par rapport aux observations faites ci-dessus. Néanmoins, nous pouvons proposer des pistes qui méritent d'être approfondies.

Le fait d'avoir une colonne de pièces qui a une déformation « dirigée » dans une direction indique une influence prédominante de l'orientation de la pièce dans la charge (position par rapport aux brûleurs ou à la circulation du fluide de refroidissement par exemple), devant les paramètres influents précédant le taillage (forgeage et recuit, tournage, etc.). Cependant, la

⁵On appelle ici déformation moyenne d'une pièce celle qui résulte de la moyenne des déformations de toutes les dents.

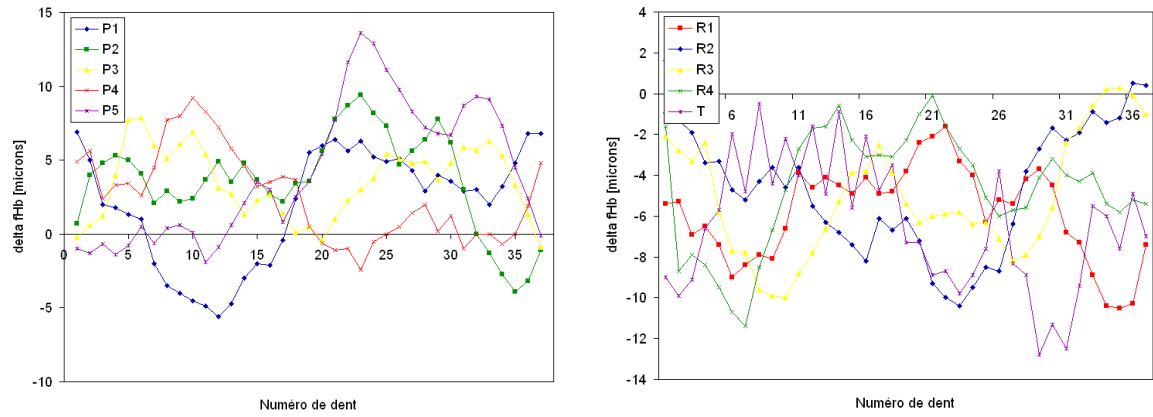


FIG. 3.11 – Comportement aléatoire de la variation du paramètre $f_{H\beta}$ lors du traitement thermique pour les pièces rasées d'une même colonne (à gauche) ou d'un même plan à l'intérieur de la charge (à droite).

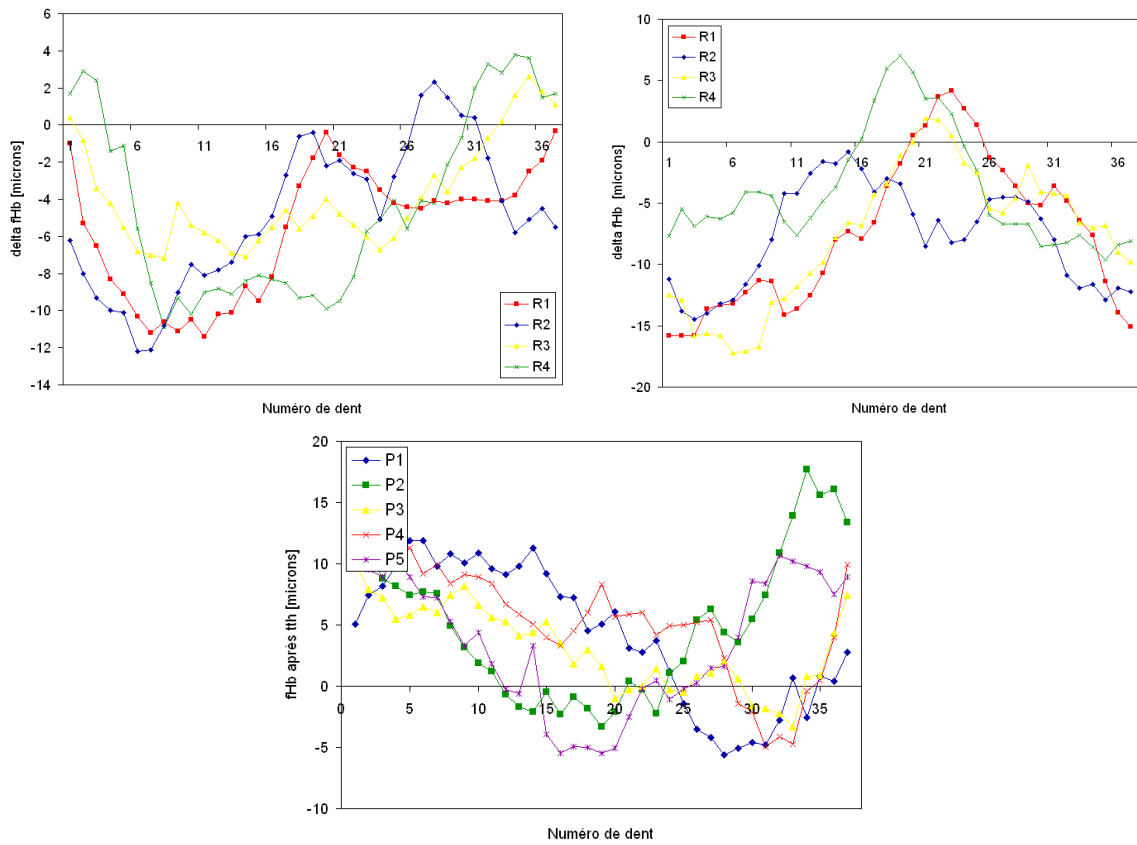


FIG. 3.12 – Comportement ordonné de la variation du paramètre $f_{H\beta}$ lors du traitement thermique pour les pièces supérieures (en haut à gauche) et inférieures (en haut à droite) de la charge ainsi que pour les pièces taillées (en bas).

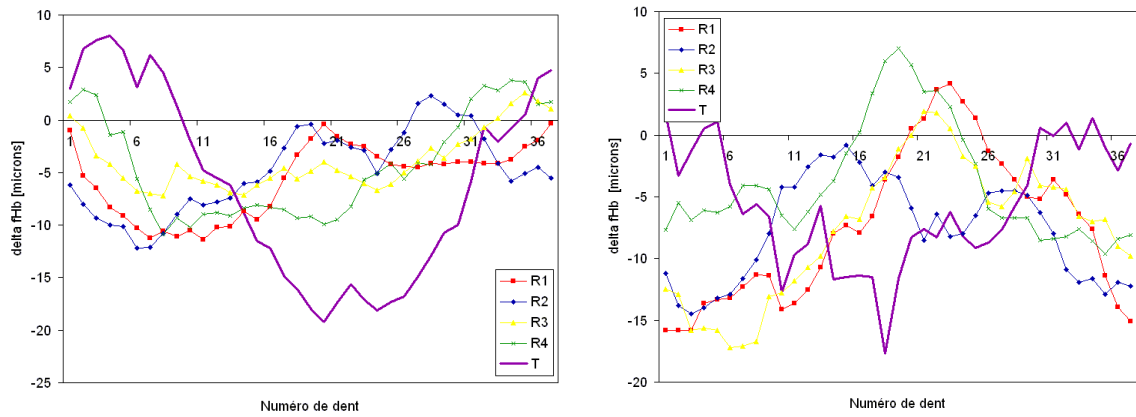


FIG. 3.13 – Comparaison du comportement de la variation du paramètre $f_{H\beta}$ lors du traitement thermique des pièces rasées et de celles taillées des plans supérieur (à gauche) et inférieur (à droite).

conception même du four poussant laisse penser que c'est plutôt l'étape de trempe qui serait influente.

Que ce soit la colonne de pièces taillées qui est sujette à ce phénomène empêche de tirer des conclusions claires. En effet, outre l'influence de la proximité des pièces par rapport au bord de charge, cela pourrait également indiquer que le rasage met à mal cette conclusion et qu'un autre paramètre devient plus important que l'orientation dans la charge une fois que la pièce est rasée. Dans ce cas, le champ d'hypothèses est large, surtout qu'il peut s'agir également d'une combinaison de différents paramètres.

Curieusement, les plans inférieur et supérieur de la charge présentent une déformation de la pièce qui est orientée dans une direction particulière (figure 3.12). Ce comportement serait plutôt attendu pour une colonne de pièces mais, de nouveau, ces plans sont peut-être des endroits où la position dans la charge est plus influente que d'autres paramètres. Il s'agit en effet des premières et dernières pièces à rentrer dans l'huile.

Enfin, ces deux plans de pièces permettent aussi de déduire que les variations des conditions de rasage (surépaisseur enlevée et forme de celle-ci) ont peu d'influence sur la déformation (la forme des courbes est presque identique) sur le haut et le bas de la charge. Cependant, les courbes relatives au taillage déphasées de 180° par rapport au reste (voir figure 3.13) indique que le comportement change une fois que les pièces sont rasées.

3.2.2.3 Essai 2

Ce second essai tente d'identifier une éventuelle corrélation entre la variation du paramètre $f_{H\beta}$ illustrée au point précédent et une déformation globale de la pièce. Cette déformation globale est mesurée à travers le diamètre externe et la planéité des faces du pignon. Cette déformation est ensuite analysée par rapport à la position et orientation des pièces dans la charge pour identifier si une éventuelle corrélation existe, image d'une influence des pièces voisines et/ou des frontières de la charge.

3.2.2.3.1 Conditions de l'essai

Pour cet essai, cinq charges ont été analysées, chacune contenant sept pignons. Les emplacements choisis des pièces dans la charge sont mis en évidence sur la figure 3.14. Les conditions d'usinage sont strictement identiques pour toutes les pièces.

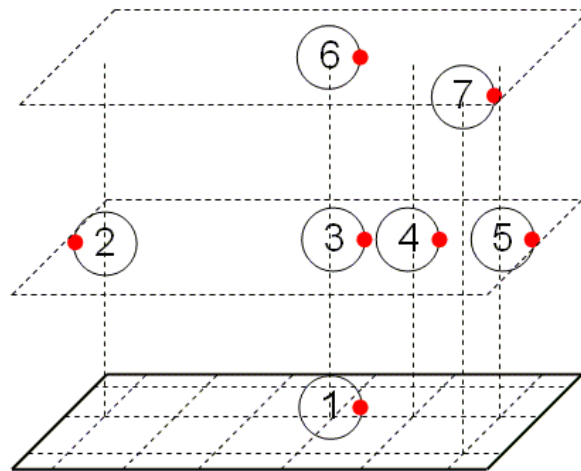


FIG. 3.14 – Position des pièces sur le plateau pour l'essai 2. La première dent mesurée, représentée par un point rouge, est repérée dans chaque charge.

Deux principaux paramètres permettent d'obtenir la déformation de la pièce dans sa globalité sans tenir compte de la denture :

- Le diamètre extérieur (pour vérifier une éventuelle ovalisation)
- La planéité (pour vérifier un éventuel vrillage)

Le diamètre extérieur est déterminé en palpant l'extrémité du pignon au niveau de chaque dent tandis que la planéité est évaluée en palpant de part et d'autre les faces latérales des dents (voir figures 3.15).

Dans un premier temps, la déformation observée est mise en relation avec la position des pièces et leur orientation dans une même charge. Dans un second temps, la déformation des pièces situées à un même endroit est comparée dans les cinq charges.

3.2.2.3.2 Planéité

La première étape de l'analyse s'est portée sur la comparaison des planéités des pignons avant et après traitement thermique sur les deux faces. On peut observer une détérioration de la planéité après traitement thermique (cfr figure 3.16). De plus, lorsque la face supérieure se déforme d'une certaine manière, la face inférieure suit cette déformation, ce qui suppose très logiquement une déformation à épaisseur constante (voir graphiques de la figure 3.16). Entre les charges et entre les pièces, l'évolution des planéités est totalement aléatoire et ne peut être reliée à une quelconque position ou orientation. Cela est illustré à la figure 3.17, où le graphique de gauche est celui où les courbes sont le plus semblables. Celui de droite est

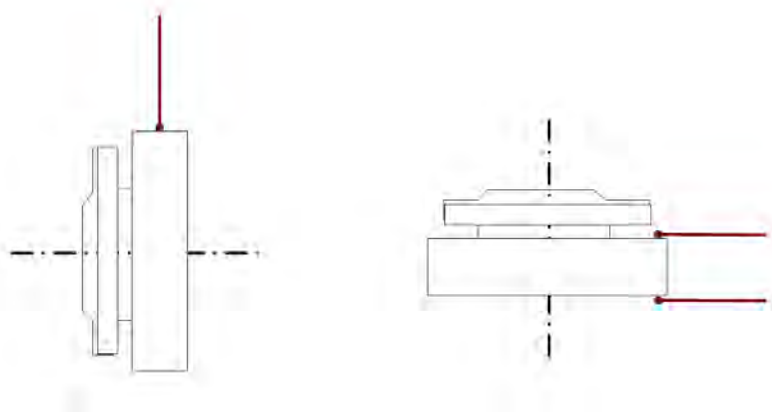


FIG. 3.15 – Illustration des points de palpation pour la mesure des diamètres extérieurs (à gauche) et planéité des deux faces (à droite) des pièces.

représentatif du comportement général.

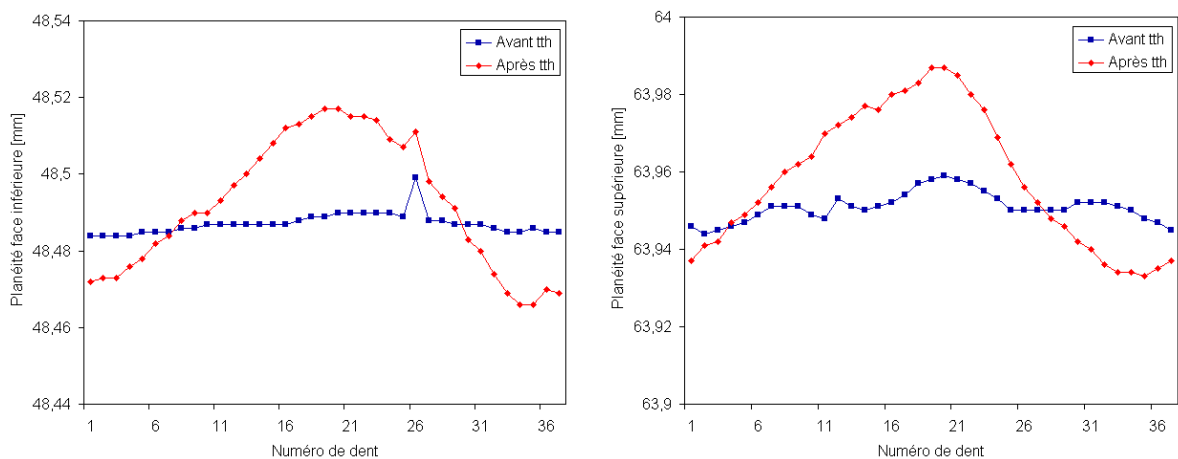


FIG. 3.16 – Mesure de la planéité des faces inférieure (à gauche) et supérieure (à droite) d'une même pièce.

3.2.2.3.3 Ovalisation

La même analyse a été appliquée sur les mesures du diamètre extérieur. Les conclusions sont identiques à celles avancées au paragraphe précédent, à savoir qu'aucune corrélation entre position et/ou orientation de la pièce et diamètre externe n'a pu être détectée. A quelques rares exceptions près (non élucidées), il est généralement observé une relation entre la planéité et le diamètre externe, comme le montre la figure 3.18. Les valeurs plus bruitées de la mesure du diamètre sont à imputer au moyen de mesure employé, qui n'est pas identique à celui utilisé pour la planéité.

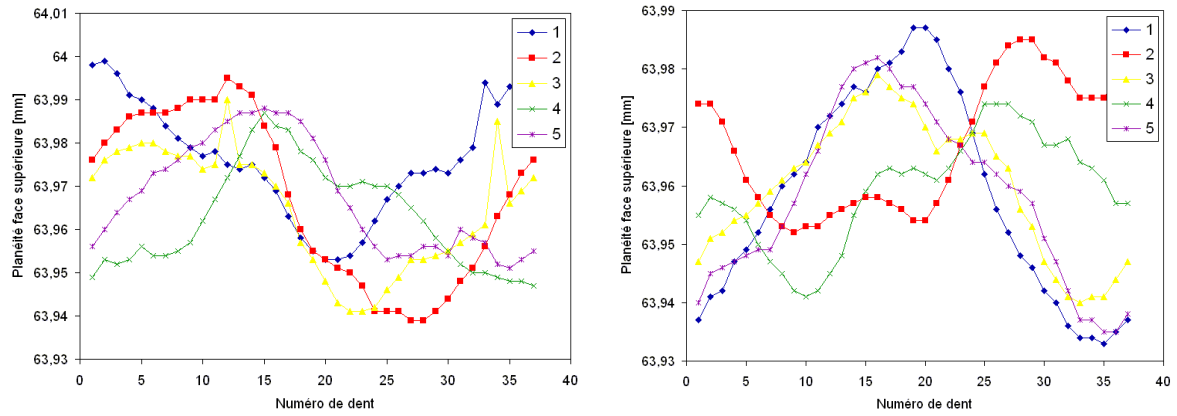


FIG. 3.17 – Mesure de la planéité de la face supérieure des pièces en position 1 (à gauche) et 2 (à droite) dans les cinq charges.

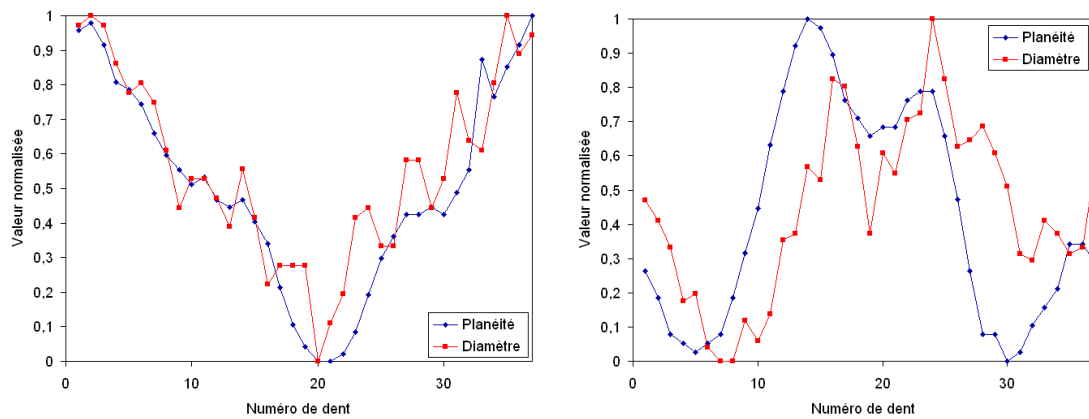


FIG. 3.18 – Comparaison des planéité et diamètre normalisés pour les pièces en positions 1 et 6 de la charge 1.

3.2.2.3.4 Comparaison avec le paramètre $f_{H\beta}$

Au premier abord, les courbes relatives au paramètre $f_{H\beta}$ et à la planéité (ou au diamètre) semblent avoir certaines similitudes. Et c'est bien là le problème. La comparaison de ces courbes (cfr figure 3.19) ne permet pas de trancher à propos d'une éventuelle relation entre ces paramètres : pour une pièce les courbes seront quasi confondues, pour un autre la relation sera inverse et pour une dernière il n'y aura pas de point commun, la position de la pièce ne changeant rien à ce constat. Cependant, les cas où il y a corrélation sont trop flagrants pour affirmer qu'il n'y a pas de relation. Cela incite à penser que d'autres paramètres entrent probablement en jeu.

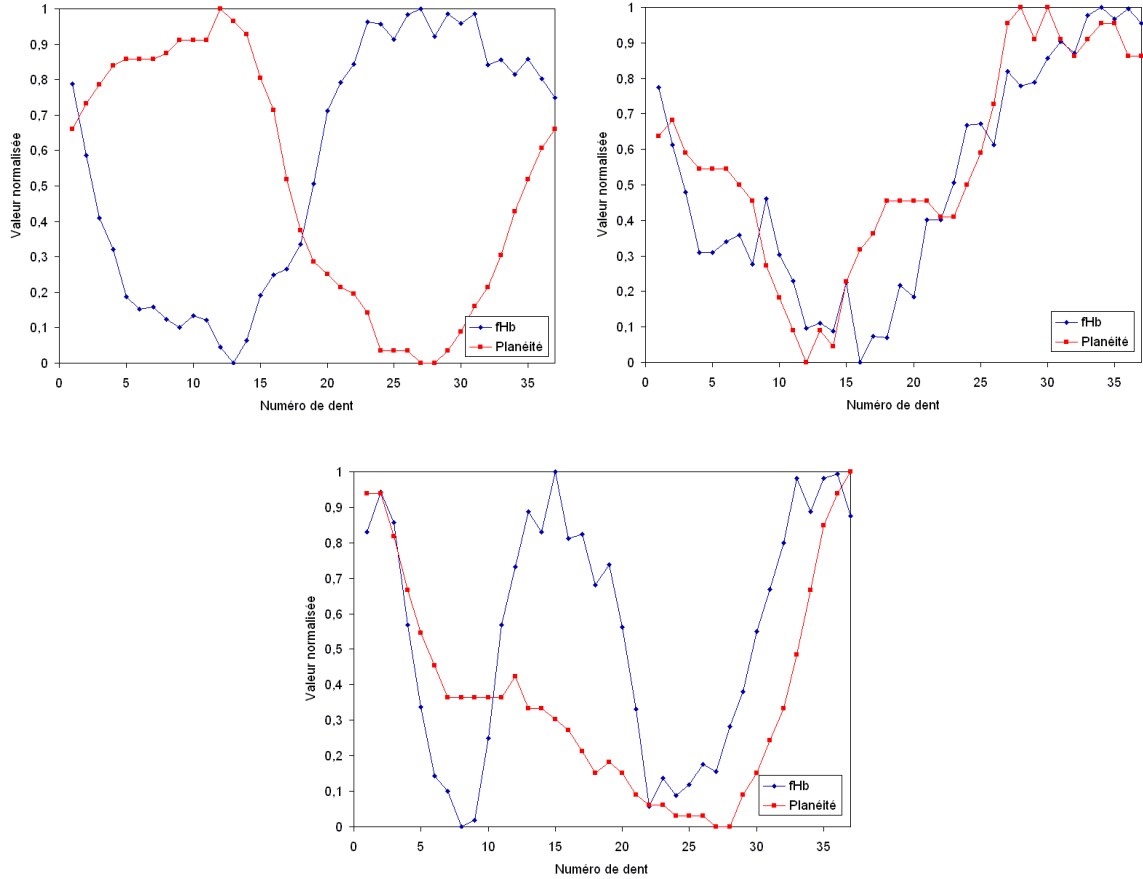


FIG. 3.19 – Comparaison des courbes normalisées du paramètre $f_{H\beta}$ et de la planéité pour les pièces en position 1, 3 et 4 de la deuxième charge.

3.2.2.4 Essai 3

Dans certains cas, la microstructure observée peut être considérée comme un marqueur des déformations qui apparaissent lors du traitement thermique. Bien sûr, les distorsions ne sont pas entièrement explicables par la proportion de martensite ou de bainite que l'on observe sur l'échantillon car des phénomènes de premier ordre tels que la déformation plastique provoquée par la contraction thermique ou la plasticité de transformation n'influencent pas directement, ou alors dans une moindre mesure, la proportion des différentes phases (ce serait

même l'inverse pour la plasticité de transformation).

Le phénomène influençant principalement la microstructure de l'acier pourrait être le coefficient d'échange lors de la trempe. Il est clair que des parties de pièce qui refroidissent différemment auront des microstructures différentes. Néanmoins, d'autres couplages peuvent avoir lieu. Ainsi, les contraintes dans la pièce modifient la cinétique de changement de phase. Si les contraintes résiduelles de forgeage et d'usinage ne disparaissent pas lors du chauffage de la pièce, cela peut donc avoir une influence sur les distorsions de la dent. Les transformations sont bien sûr également influencées par le taux de carbone (ainsi que le taux d'azote) de la pièce. Sachant que notre pièce est carbonitrurée, cela ajoute encore des possibilités d'explication aux éventuelles disparités de proportion de phase observées. Notons que nous ne pourrions nous borner ici qu'à des hypothèses très simples étant donné les couplages existants.

Comme l'hypothèse principale de la fluctuation des paramètres observés est liée à la position de la pièce dans la charge, il peut donc être intéressant d'observer si une corrélation entre déformation et microstructure peut être mise en évidence sur les dents d'une pièce qui présente une forte variation du paramètre $f_{H\beta}$ sur les dents.

3.2.2.4.1 Préparation des échantillons

Une pièce est donc tronçonnée radialement en trois endroits différents, selon un plan passant approximativement par le milieu des dents 1, 15 et 30, comme présenté à la figure 3.20. Après polissage mécanique, les échantillons sont attaqués chimiquement par une solution de Nital⁶ à 2,5 % pendant 12 à 17 secondes.

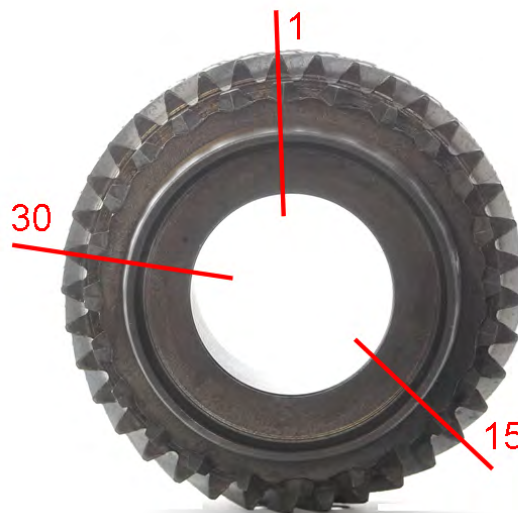


FIG. 3.20 – Plans de coupe de la pièce.

3.2.2.4.2 Observation macroscopique

Un point intéressant à observer est que le fibrage de la pièce est bien visible (figure 3.21). Celui-ci apparaît lors du forgeage du brut. On peut remarquer que les opérations d'usinage

⁶Mélange d'acide nitrique et d'éthanol.

coupent ces fibres. On peut également identifier la couche cimentée, représentée par une couche grisâtre en surface de l'échantillon (figure 3.22). Il n'y a pas de différence significative de cette couche entre les différentes coupes.

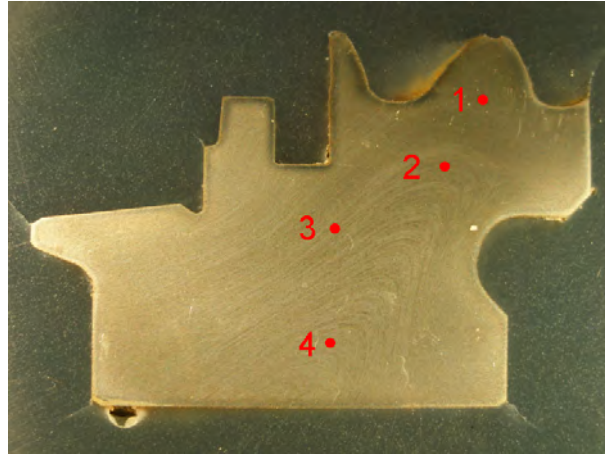


FIG. 3.21 – Mise en évidence du fibrage de la pièce. Les zones d'observation de la microstructure sont également représentées.

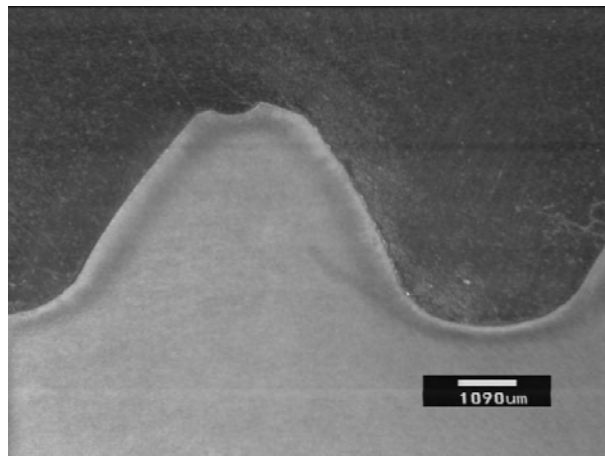
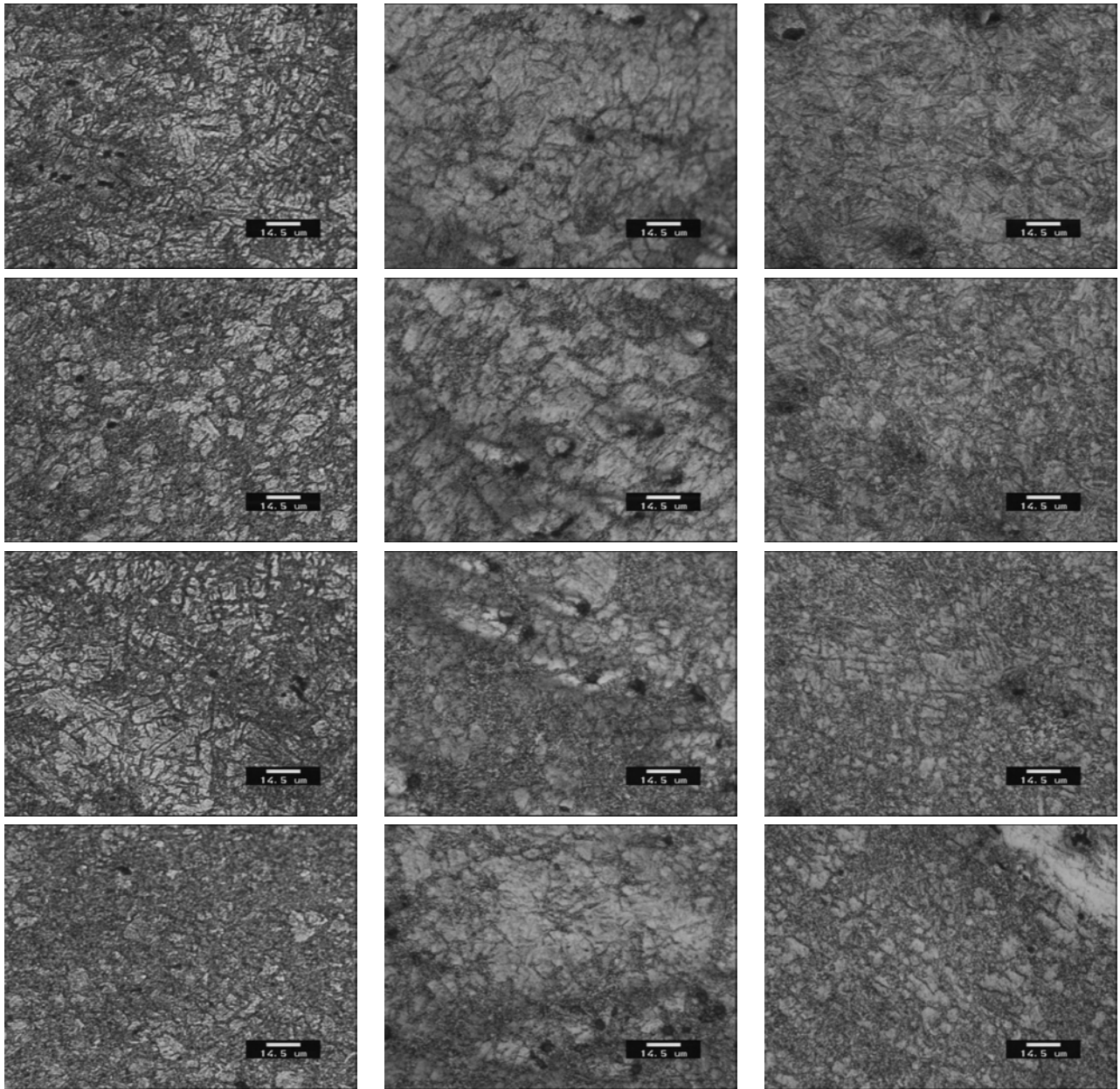


FIG. 3.22 – Mise en évidence de la couche cimentée (partie foncée en surface). A noter que le léger creux en sommet de dent est dû aux repères servant à identifier les différents couples.

Enfin, pour chaque coupe effectuée, la microstructure est observée en quatre points, définis sur la figure 3.21. Le tableau de la figure 3.23 reprend ces microstructures. Chaque colonne correspond aux vues relatives à une coupe. La première ligne recense les microstructures observées à un même endroit sur les trois coupes différentes et ainsi de suite pour les lignes d'après.

Mis à part le fait que la coupe passant par la dent 15 semble révéler une microstructure présentant des grains légèrement plus gros, il est très difficile de tirer des conclusions claires et nettes. De plus, les micrographies présentées ici sont autant que possible représentatives de la zone étudiée mais la comparaison n'en demeure pas moins scabreuse. Ainsi, pour la dernière ligne, bien que les images soient différentes, les trois coupes présentent le même type



a. Dent 1

b. Dent 15

c. Dent 30

FIG. 3.23 – Microstructures aux différentes coupes. Chaque colonne est relative à une coupe. La première ligne correspond à la première zone mesurée et ainsi de suite.

d'organisation : des parties de dureté moyenne 330 HV 0.05 (comme pour la dernière image de la dent 1), machurées de traînées de dureté moyenne 525 HV 0.05 (les zones plus claires sur les dernières images des dents 15 et 30). L'analyse au MEB montre que ces zones ont la même composition chimique.

Le fait d'avoir de plus gros grains peut avoir plusieurs origines mais a priori, les températures atteintes lors du chauffage limitent ce phénomène. Comme la taille de grains influence les changements de phase, cela pourrait provoquer des inhomogénéités de distorsions.

La dureté a également été mesurée suivant une droite passant approximativement par les quatre points définis plus haut. Le résultat est représenté à la figure 3.24, en fonction de la distance par rapport au sommet de la dent. Il est normal que la distance parcourue ne soit pas tout-à-fait la même pour les trois coupes car celles-ci ne passent pas toujours exactement par le milieu de la dent.

La tendance est la même pour les trois courbes. La dureté en surface tourne autour des 800 - 900 HV 0.3 (selon que l'on soit toujours ou non dans la zone où il y a présence d'austénite résiduelle) ce qui correspond au cahier des charges. Passé la zone en proche surface, une décroissance de cette dureté est observée au fur et à mesure que l'on pénètre dans le coeur de la pièce. Cette décroissance est due au fait que l'intérieur du pignon est moins bien refroidi que l'extérieur. La dureté augmente ensuite lorsque l'on se rapproche de l'alésage.

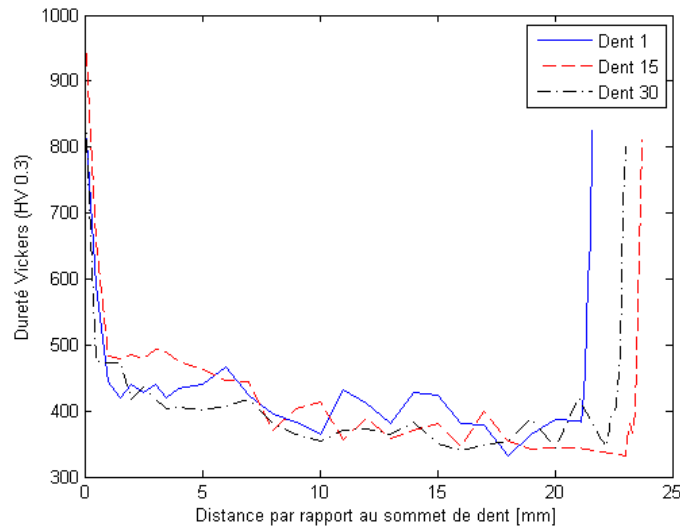


FIG. 3.24 – Dureté en fonction de la distance par rapport au sommet de dent

3.2.3 Conclusion des essais

En premier lieu, le point principal à relever est la constance de la déformation moyenne dans toute la charge. C'est un constat important puisque cette déformation moyenne est la seule que nous pouvons gérer actuellement au niveau industriel. Il est clair qu'une faible variation apparaît entre les différents plans de charge mais celle-ci est noyée dans l'intervalle de tolérance de la pièce finie.

La variation de cette déformation sur toutes les dents de la pièce est également un point à surveiller de près. Au niveau de la production, nous ne pouvons pas contrôler cette déformation mais seulement nous assurer que celle-ci ne devient pas trop importante.

Les causes de cette variation n'ont pas pu être clairement mises en évidence au cours de ces essais. Seules certaines hypothèses peuvent être avancées, telles la proximité des bords de la charge ou l'ordre d'entrée dans le fluide de trempe, mais pas confortées.

Les mesures de la planéité et du diamètre externe des pièces, donc en quelque sorte du vrillage et de l'ovalisation de celles-ci, incitent à penser qu'il existe une corrélation avec le paramètre $f_{H\beta}$ mais la relation n'est pas explicite.

A côté de cela, il a été mis en évidence une influence des contraintes résiduelles provenant de l'usinage sur la déformation générale de la pièce. Cela laisse donc supposer que malgré l'atteinte de la température d'austénitisation, ces contraintes résiduelles influencent le comportement de la pièce lors du traitement thermique. Cependant, l'effet sur la déformation moyenne peut être considéré comme négligeable à notre échelle.

De plus, les variations du process qui peuvent survenir lors de la production (variation de surépaisseur enlevée au rasage, modification des écarts de direction d'hélice, etc.) n'ont pas ou peu d'effet sur la déformation.

3.3 Simulation numérique du traitement thermique

Au vu de cette analyse, il apparaît clairement que plusieurs paramètres sont à prendre en compte pour modéliser correctement la déformation d'un engrenage lors du traitement thermique. Il est clair qu'actuellement il n'est pas possible de prendre tout en compte, ne fût-ce que pour des raisons de temps calcul ou de détermination des données. Néanmoins, de premiers résultats intéressants peuvent déjà être obtenus en étudiant ce qu'il se passe localement au niveau de la dent.

Gardons toutefois à l'esprit que ces calculs sont représentatifs d'un état à un moment donné. Nous pouvons très bien obtenir des résultats concordants avec les mesures effectuées lors des essais précédents et nous rendre compte deux mois plus tard que le process a dérivé et que les mesures sont alors toutes autres. Le plus souvent, l'origine de cette dérive est souvent très floue et si elle est bien connue, ne peut parfois pas être prise en compte numériquement dans des conditions raisonnables.

Cette partie a pour but de décrire la simulation du traitement thermique d'un engrenage, les différentes données qui sont nécessaires au calcul, les conditions aux frontières ainsi que le type de résultats obtenus. Excepté pour le diagramme métallurgique, les données matériaux proviennent d'une étude précédente réalisée chez Renault [P. Chèvre and P. Bristiel, 2004]. La pièce étudiée est identique à celle présentée précédemment. Après usinage, celle-ci subit un traitement de carbonitruration ayant pour but d'améliorer les caractéristiques de la pièce. Ce traitement est constitué des étapes suivantes :

- chauffage,
- diffusion du carbone et de l'azote,
- trempe à l'huile.

A noter que les deux premières étapes sont plus ou moins imbriquées malgré la définition – toute théorique – de « zones » dans le four de carbonitruration.

Le logiciel utilisé pour cette simulation est Sysweld 2005. Etant donné l'implémentation des couplages dans ce logiciel, les étapes de calcul sont les suivantes, réalisées les unes à la suite des autres :

- calcul thermométallurgique de chauffe,
- diffusion du carbone et de l'azote,
- calcul thermométallurgique de la trempe,
- calcul mécanique de la trempe.

Pour des raisons de temps de calcul, la simulation est réalisée sur une dent de la pièce, en adoptant des conditions aux frontières périodiques. Le maillage, illustré en figure 3.25, est constitué de 106 698 noeuds et de 98 084 éléments hexaédriques de second ordre. Celui-ci est raffiné en peau sur une épaisseur de 1 mm. La taille de maille est principalement dictée par le besoin de représenter assez finement les profils de concentration du carbone et de l'azote en surface. Celle-ci et le pas de temps en début de simulation respectent la relation $\Delta t_c = \frac{h^2}{4a}$ ⁷. La simulation de toutes les étapes prend environ 65 heures en temps CPU.

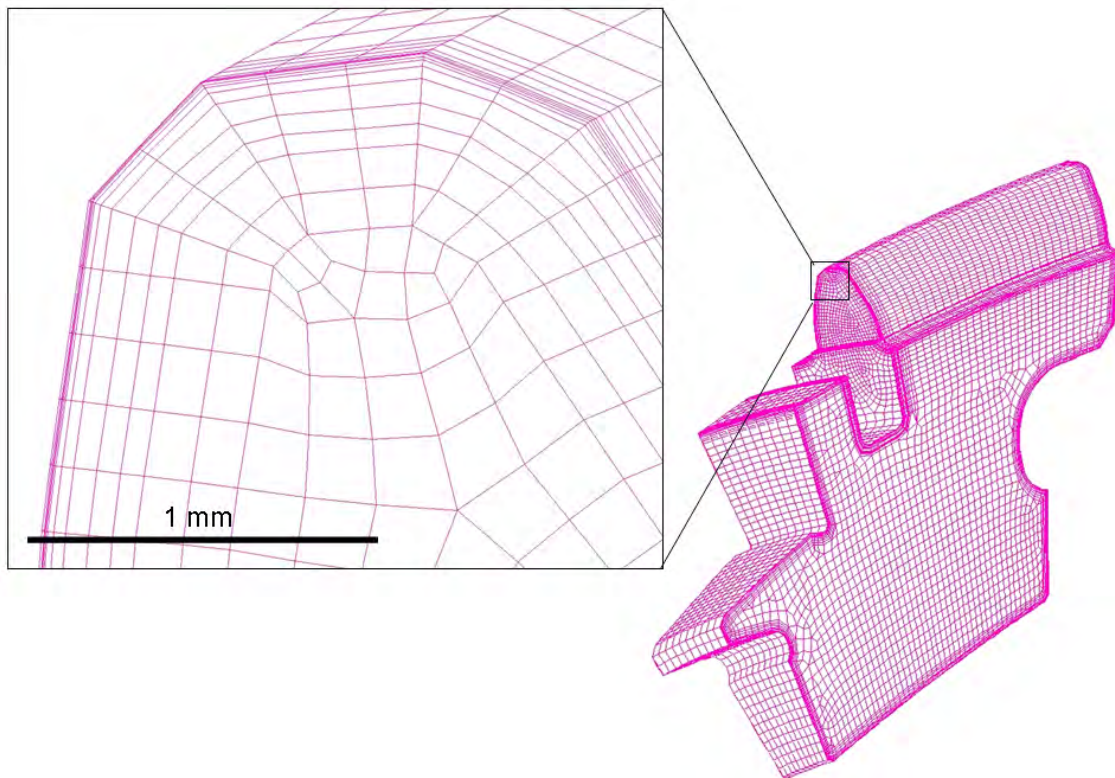


FIG. 3.25 – Maillage utilisé lors des simulations.

⁷Cette relation indique le pas de temps critique minimum Δt_c afin d'éviter les oscillations thermiques temporelles, étant donné la taille de maille h et la diffusivité thermique $a = \frac{k}{\rho c}$.

3.3.1 Calcul thermométallurgique du chauffage

Cette partie a pour but de simuler le chauffage de la pièce. Seul un calcul thermométallurgique est réalisé.

3.3.1.1 Conditions initiales

3.3.1.1.1 Thermique La température de la pièce est considérée comme uniforme et égale à la température ambiante (20°C).

3.3.1.1.2 Mécanique La pièce est supposée exempte de contraintes résiduelles. Cette hypothèse est assez forte et partiellement fausse. En effet, le forgeage et l'usinage de la pièce induisent forcément des contraintes résiduelles mais celles-ci sont particulièrement difficiles à prédire (du moins pour l'usinage).

Néanmoins, l'austénitisation de la pièce est complète après le cycle de chauffe (voir les résultats ci-dessous), ce qui implique une relaxation importante de ces contraintes. Par contre, cette relaxation des contraintes provoque forcément une déformation de la pièce lors du chauffage, ce qui n'est pas pris en compte ici.

Au vu de ces observations, l'hypothèse est effectivement assez importante mais, étant donné l'avancement actuel de la simulation de l'usinage, une autre condition initiale mécanique ne serait peut-être pas meilleure.

3.3.1.1.3 Métallurgique La pièce est constituée de ferrite à 100%. La taille des grains n'est pas prise en compte.

3.3.1.2 Conditions aux frontières

3.3.1.2.1 Thermique La température du four suit la consigne illustrée à la figure 3.26.

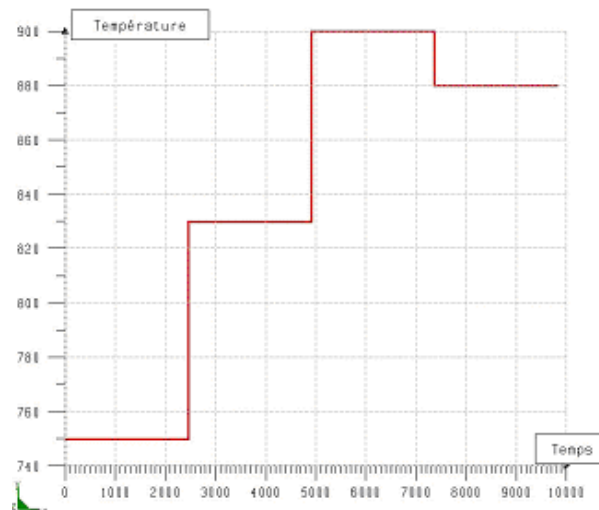


FIG. 3.26 – Consigne thermique du four.

Les échanges de chaleur sont modélisés par un coefficient de transfert h , calculé selon l'équation suivante, faisant intervenir de la convection et du rayonnement.

$$h = h_c + \sigma_{SB}\epsilon_m(T + T_0)(T^2 + T_0^2)$$

où h_c est le coefficient de transfert lié à la convection ($25 \frac{W}{m^2}$), σ_{SB} est la constante de Stefan-Boltzmann ($5,6703.10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$), ϵ_m l'émissivité (posée ici à 0.8), T la température et T_0 la température initiale.

3.3.1.3 Données matériau et process

Conductivités thermiques, enthalpies et densités sont présentées ici mais également utilisées dans les autres étapes de calcul. Bien évidemment, toutes trois varient en fonction de la température et sont définies pour les phases α (perlite, bainite et martensite) et γ (austénite). Les graphiques de la figure 3.27 illustrent leur évolution en fonction de la température. Le matériau est considéré comme isotrope.

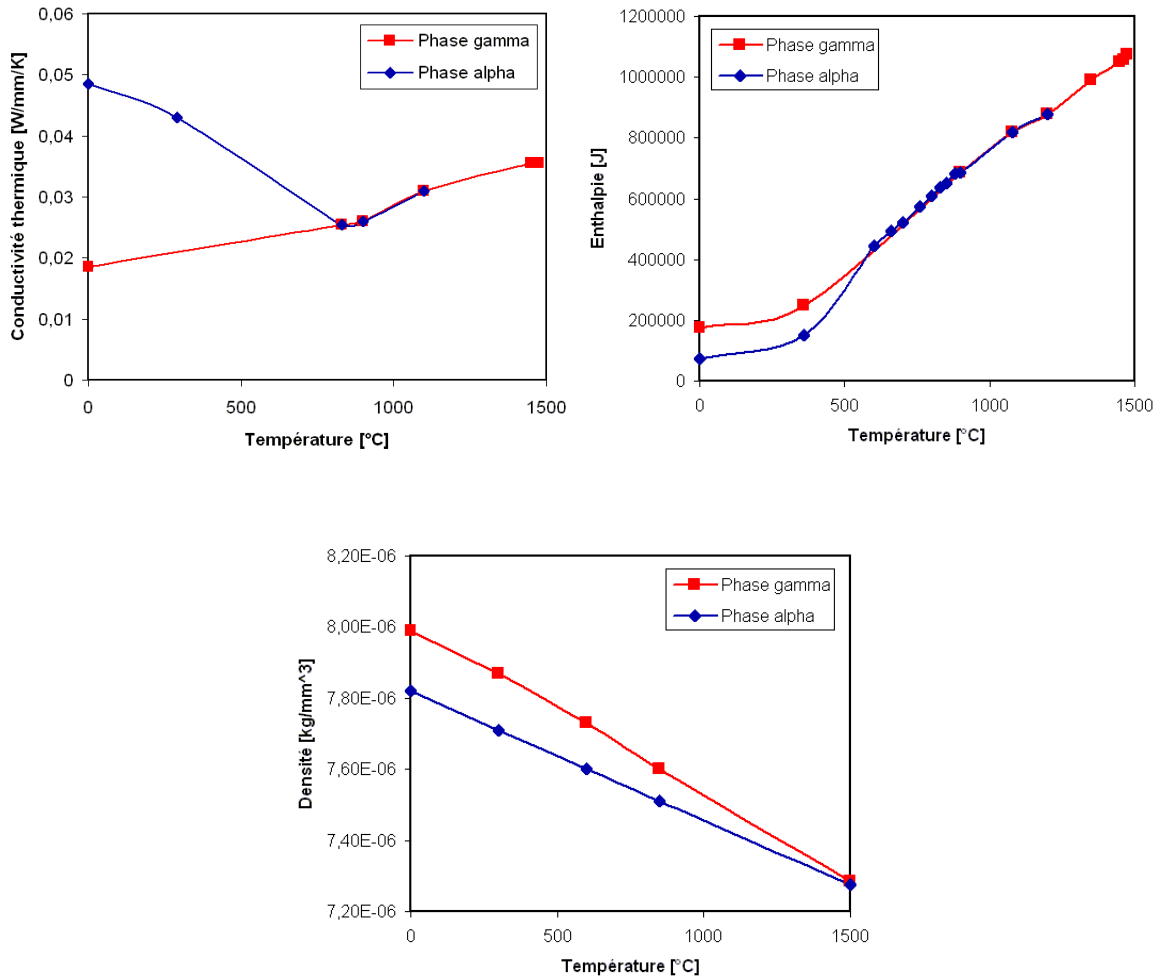


FIG. 3.27 – Evolution de la conductivité thermique, de l'enthalpie et de la densité des phases α et γ en fonction de la température.

3.3.1.4 Résultats

Le résultat final montre que la pièce atteint une température homogène de 880 °C et qu'elle est entièrement austénitique à la fin de la chauffe.

3.3.2 Diffusion des éléments chimiques

Le calcul thermique précédent fournit les cartes de température à chaque instant. Les éléments diffusés dans la pièce sont le carbone et l'azote. Comme les paramètres nécessaires à la simulation sont inconnus dans le four, une méthode inverse est ici adoptée : les profils de carbone et d'azote définis dans la norme Renault [Nor, 1998] servent à caler les paramètres de la simulation. La figure 3.28 montre les profils obtenus, situés entre les bornes minimale et maximale définies par la norme Renault.

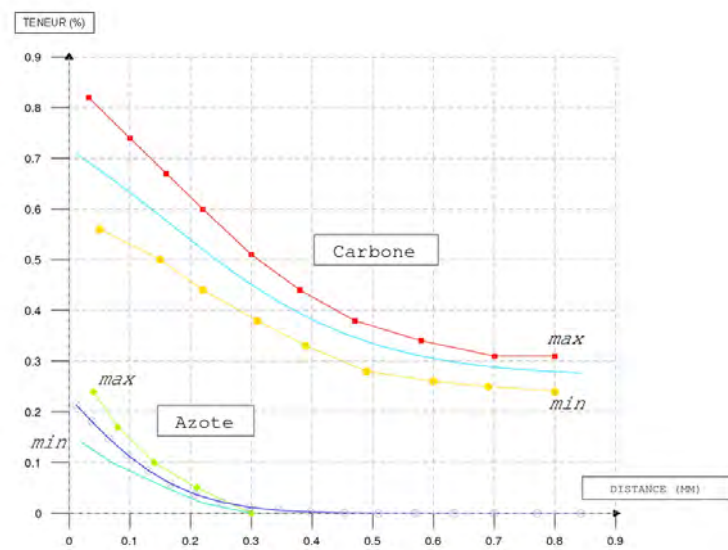


FIG. 3.28 – Profils de carbone et d'azote obtenus par simulation. Les bornes minimales et maximales définies par la norme Renault [Nor, 1998] sont également représentées.

3.3.2.1 Conditions aux limites

Ces conditions sont identiques à celles du calcul du chauffage. La température et les proportions de phase calculées précédemment sont réutilisées lors de cette étape. Les concentrations initiales de carbone et d'azote sont respectivement 0,27 % et 0 %. La pièce est plongée dans l'atmosphère du four, caractérisée par une activité a^{four} . L'échange en activité entre la pièce et l'atmosphère est modélisé par un coefficient d'échange K .

3.3.2.2 Données matériau et process

Les paramètres des équations 2.12 et 2.14 trouvés après recalage de la simulation sont les suivants :

- Les coefficients de diffusion suivent une loi du type Arrhénius :

$$D = f \exp \frac{g}{T} \quad (3.1)$$

avec $f_C = 100 \left[\frac{m^2}{s} \right]$, $f_N = 23 \left[\frac{m^2}{s} \right]$, $g_C = -18500 [-]$ et $g_N = -19000 [-]$

- $\Gamma_C = \Gamma_N = 1 [-]$
- $e_{C \rightarrow N} = 0,7 [-]$
- $a_C^{\text{four}} = 0,95 [-]$ et $a_N^{\text{four}} = 0,25 [-]$
- $K_C = K_N = 1.10^{-4} \left[\frac{m}{s} \right]$

3.3.3 Calcul thermométallurgique de la trempe

3.3.3.1 Conditions initiales

Les conditions initiales sont celles résultant des calculs précédents.

3.3.3.2 Conditions aux frontières

3.3.3.2.1 Thermique

Etant donné la configuration du four de traitement thermique, il est quasi impossible d'instrumenter de manière correcte notre charge pour tenter d'évaluer les conditions aux frontières de nos pièces. La principale inconnue est donc le coefficient de transfert h lors de la trempe. En général, un même coefficient, variant éventuellement avec la température, est appliqué sur toute les surfaces refroidies de la pièce. Cette hypothèse est un peu légère étant donné que le refroidissement de certaines zones de la pièce est évidemment différent selon l'orientation de la surface. Une étude a été réalisée par [Narazaki et al., 2007] sur ce sujet. Pour chaque zone principale (voir figure 3.29), une évolution de ce coefficient en fonction de la température a été déterminée expérimentalement et validée par une comparaison entre résultats numériques et mesurés. Il est à remarquer que les zones où le flux d'huile n'est pas optimum et où il peut y avoir persistance du film de vapeur ont un coefficient particulièrement faible. Evidemment, ces coefficients correspondent à des conditions de trempe dans un bac de laboratoire et dans une huile différente (Idemitsu HI-TEMPOIL A) à 100°C mais c'est ce dont nous disposons de plus précis actuellement.

Nous avons réalisé quatre simulations a , b , c , et d en modifiant à chaque fois ce coefficient de refroidissement, modifications représentées à la figure 3.30. Une première, notée a , en choisissant une courbe identique pour toute la surface de la dent, correspondant à la courbe appliquée à la zone « lower corner » trouvée par [Narazaki et al., 2007]. Une seconde, b , en utilisant tel quel les coefficients trouvés lors de cette étude. Une troisième en reprenant la première courbe mais en l'augmentant pour représenter l'agitation du fluide de trempe (c). Enfin, une dernière en modifiant l'ensemble des coefficients utilisés précédemment pour tenir compte du brassage dans le bac de trempe (d). Il s'agit principalement dans ce cas d'une augmentation des coefficients et d'une uniformisation des courbes des différentes zones, la forme restant toutefois identique.

Enfin, quatre autres simulations e , f , g et h ont été réalisées en subdivisant les zones relatives

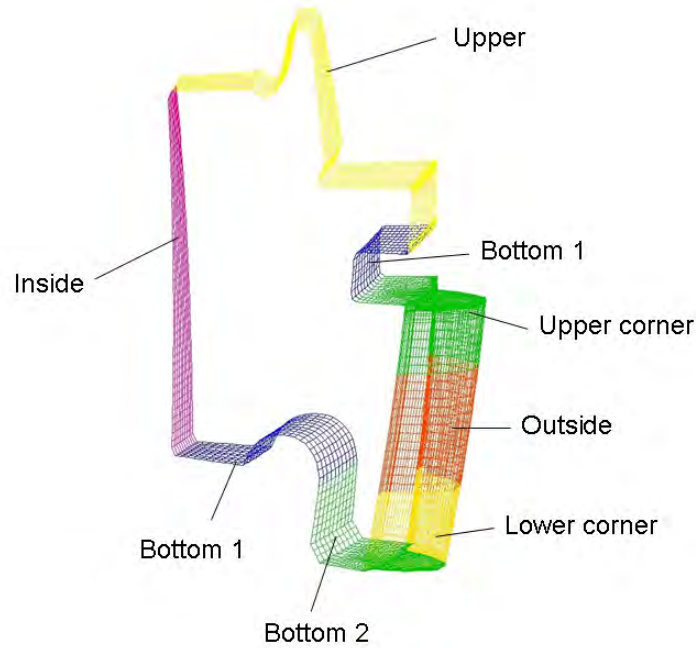


FIG. 3.29 – Zones principales où s’appliquent les différents coefficients de transfert. La valeur de ce coefficient augmente selon la couleur de la zone (dans l’ordre croissant bleu, vert, jaune, orange, rouge et magenta).

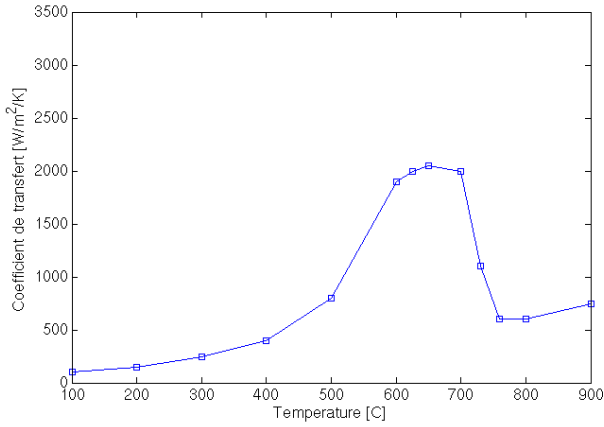
à la dent dans le sens du profil, comme suggéré par [Okita et al., 2008]. La courbe relative à la partie II est gardée identique tandis que les parties I et III sont soit augmentées soit diminuées dans deux plages de températures différentes (voir figure 3.31), ce pour couvrir les courbes trouvées par [Okita et al., 2008].

Un point intéressant à noter est qu’à la sortie du bac d’huile de trempe, il subsiste encore une proportion importante d’austénite résiduelle (environ 50% en surface). C’est tout-à-fait normal étant donné que l’enrichissement en carbone (et a fortiori en azote) de la couche carbonitrurée provoque un abaissement de la température M_S . Etant donné que le bain d’huile est à 175°C , cette température n’est pas encore atteinte lorsque l’enrichissement est important. C’est pourquoi nous avons également modélisé un refroidissement à température ambiante (25°C) après la trempe en bain d’huile. Le coefficient de transfert utilisé est constant ($25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$).

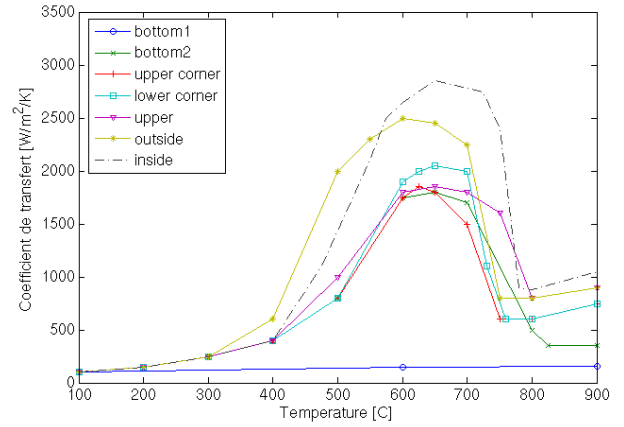
3.3.3.3 Données matériau et process

Un point essentiel dans ce type de simulation est la détermination du diagramme TTT ou TRC⁸. Dans notre cas, le modèle de Leblond choisi pour simuler les changements de phase diffusifs se base sur le diagramme TRC. Celui-ci est représenté à travers l’équation 2.8. Les paramètres z_{eq} , τ et n permettent de retrouver le diagramme TRC expérimental de la nuance utilisée pour notre simulation (27MnCr5). Les figures 3.32 et 3.33 montrent que la correspondance entre le diagramme calculé et l’expérimental est très bonne dans la zone de

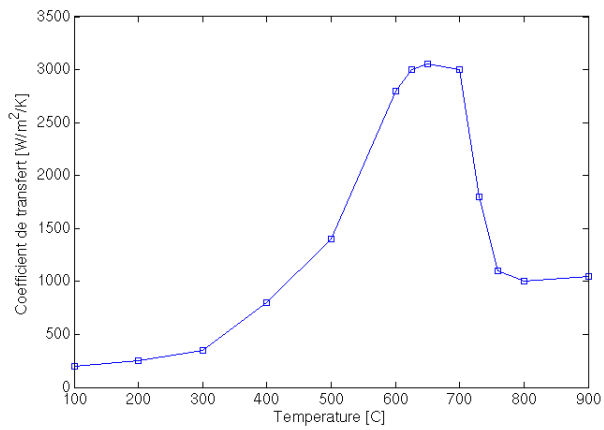
⁸Respectivement IT et CCT en anglais.



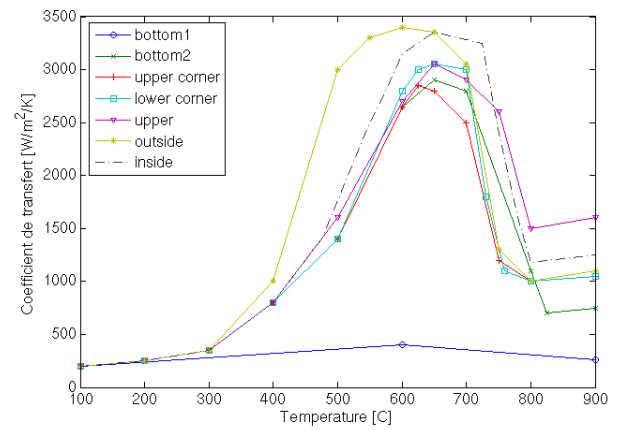
a. Courbe « lower corner » initiale



b. Données de [Narazaki et al., 2007]



c. Courbe « lower corner » modifiée



d. Données de [Narazaki et al., 2007] modifiées

FIG. 3.30 – Différentes conditions aux limites utilisées lors des simulations.

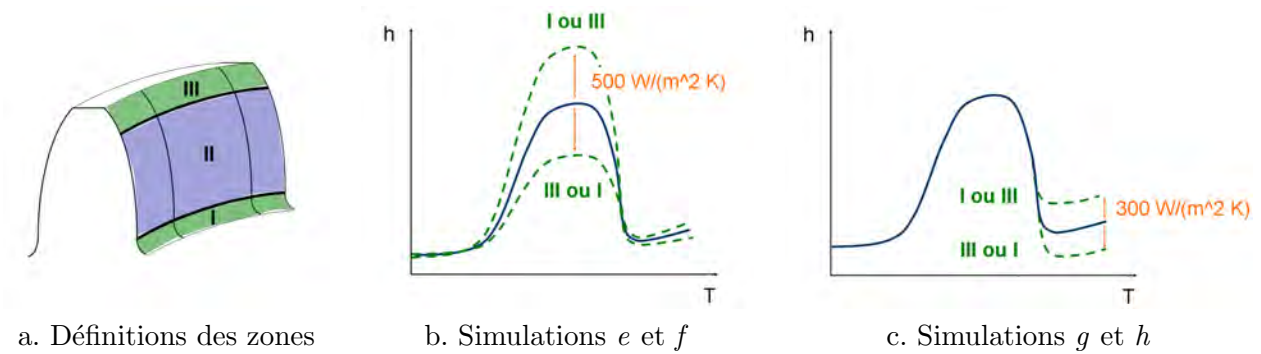


FIG. 3.31 – Variations du coefficient d'échange pour les zones I et III (II reste constant) définies le long du profil pour les simulations *e* et *f* (modification dans la zone d'ébullition) ainsi que *g* et *h* (modification dans la zone de caléfaction).

refroidissement qui nous concerne. Evidemment, les paramètres utilisés sont dépendants du taux de carbone. Ceux-ci sont donnés dans les tableaux 3.2 et 3.3 ci-dessous.

L'effet de l'azote est pris en compte sur la température M_S en assimilant la concentration d'azote à une concentration de carbone. Ainsi, les paramètres définis ci-dessous (tableau 3.3) sont fonction d'une concentration totale de carbone fictive, égale à la somme de la concentration de carbone réelle et de celle d'azote multipliée par $\frac{330}{474}$. Ce coefficient est déduit de la formule de [Haynes, 1966] modifiée par [Lesage, 1992], en fonction de la composition de l'acier :

$$M_S = 560 - 474\%C - 330\%N - 33\%Mn - 17\%Ni - 17\%Cr - 21\%Mo + CP$$

A noter que même le paramètre τ , relatif aux transformations diffusionnelles, est fonction de cette proportion de carbone fictive, bien que l'effet de l'azote sur le diagramme TRC ne soit pas clairement quantifié. Cependant, cela a peu d'effet dans notre cas étant donné que l'azote diffuse seulement jusqu'à une profondeur de 0,3 mm. La trempe appliquée implique que dans cette zone, la courbe de refroidissement passe avant le nez bainitique sur le diagramme TRC de l'acier initial, donc également de l'acier enrichi en carbone et *a fortiori* de celui enrichi en azote. Nous n'aurons donc qu'une transformation martensitique dans cette zone.

Bien évidemment, le calcul mécanique qui suit ne prend en compte que le carbone réel.

Phase	T [°C]	z_{eq} [-]	τ [-]	n [-]	%C	F_τ [-]
Pearlite	500	0	10^6	1	0,27	1
	505	1	100		0,8	0,33
	550	0,8	100		1,2	0,01
	780	0	100			
Bainite	340	0	10^7	1	0,27	1
	341	1	1		0,8	0,067
	420	0,5	17		0,99	0,01
	620	0	70		1,5	0,01

TAB. 3.2 – Paramètres z_{eq} et τ en fonction de la température et facteur diviseur de τ en fonction du taux de carbone (voir équation 2.9).

3.3.3.4 Résultats

Les résultats présentés sont ceux obtenus après refroidissement complet de la pièce à une température ambiante de 25°C. Le point principal est la proportion de chaque phase en fin de trempe. Les résultats provenant des deux conditions de trempe extrêmes *a* et *d* ont été représentés ici (voir figures 3.34, 3.35 et 3.36) étant donné que les proportions de phases calculées dans ces deux cas sont presque semblables à quelques pourcent près.

Nous pouvons clairement observer l'influence de la couche cémentée, provoquant une structure martensitique en surface (aux alentours de 80%), avec une proportion d'austénite résiduelle proche de 20 %. La structure à coeur est un mélange de bainite et de martensite. La proportion de perlite est quasi négligeable. Les calculs prévoient également une très faible proportion (inférieure à 1%) de bainite en surface de la dent.

Phase	%C	F_{M_S} [-]	β [-]
Martensite	0,2	1,0083	0,011
	0,25	0,9960	
	0,3	0,9256	
	0,35	0,8705	
	0,4	0,8189	
	0,45	0,7699	
	0,5	0,7237	0,016
	0,55	0,6802	
	0,65	0,6601	
	0,7	0,5660	
	0,75	0,5333	
	0,8	0,5034	
	0,85	0,4761	
	0,9	0,4451	
	0,95	0,4150	
1	0,3852	0,016	

TAB. 3.3 – Facteur multiplicateur de M_S (340°C pour la nuance 27MnCr5) et β en fonction du taux de carbone (voir équation 2.11).

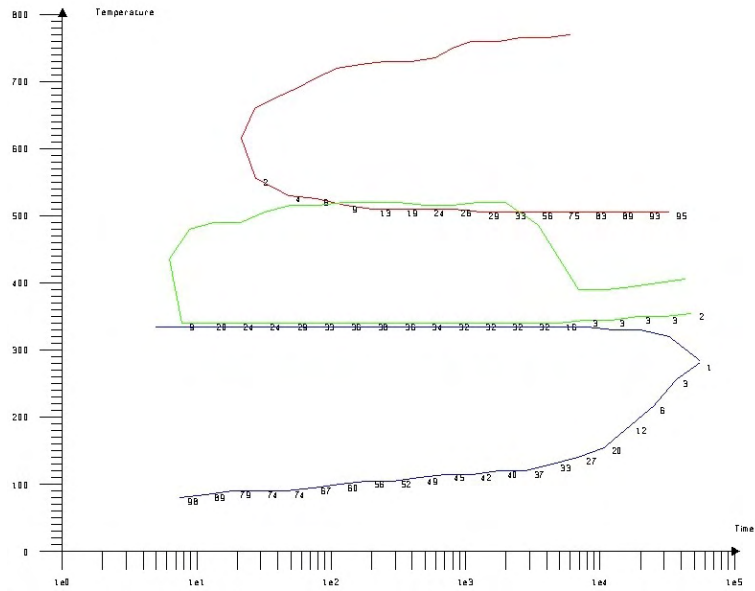


FIG. 3.32 – Diagramme recalculé dans Sysweld.

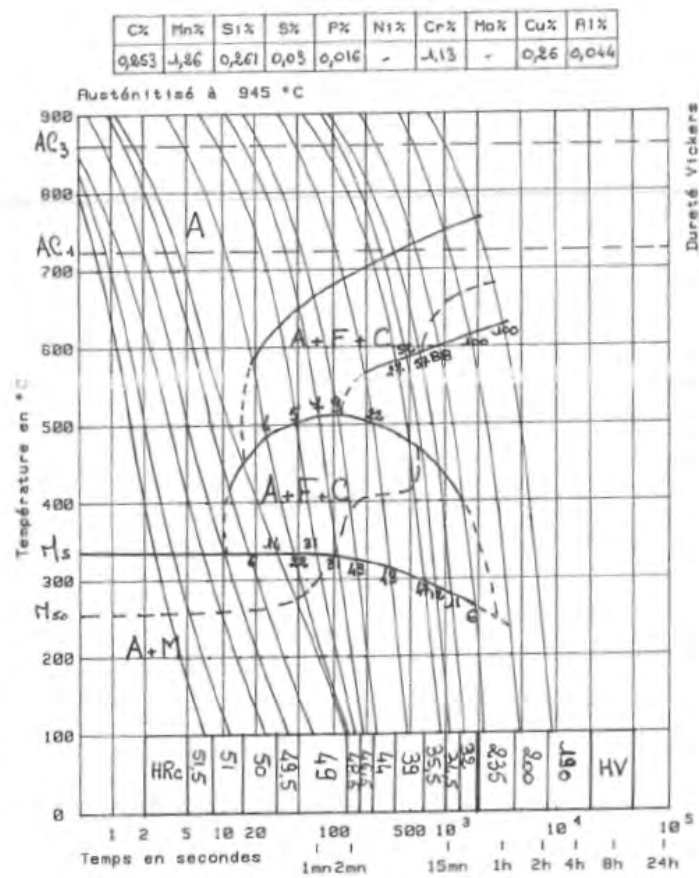


FIG. 3.33 – Diagramme expérimental.

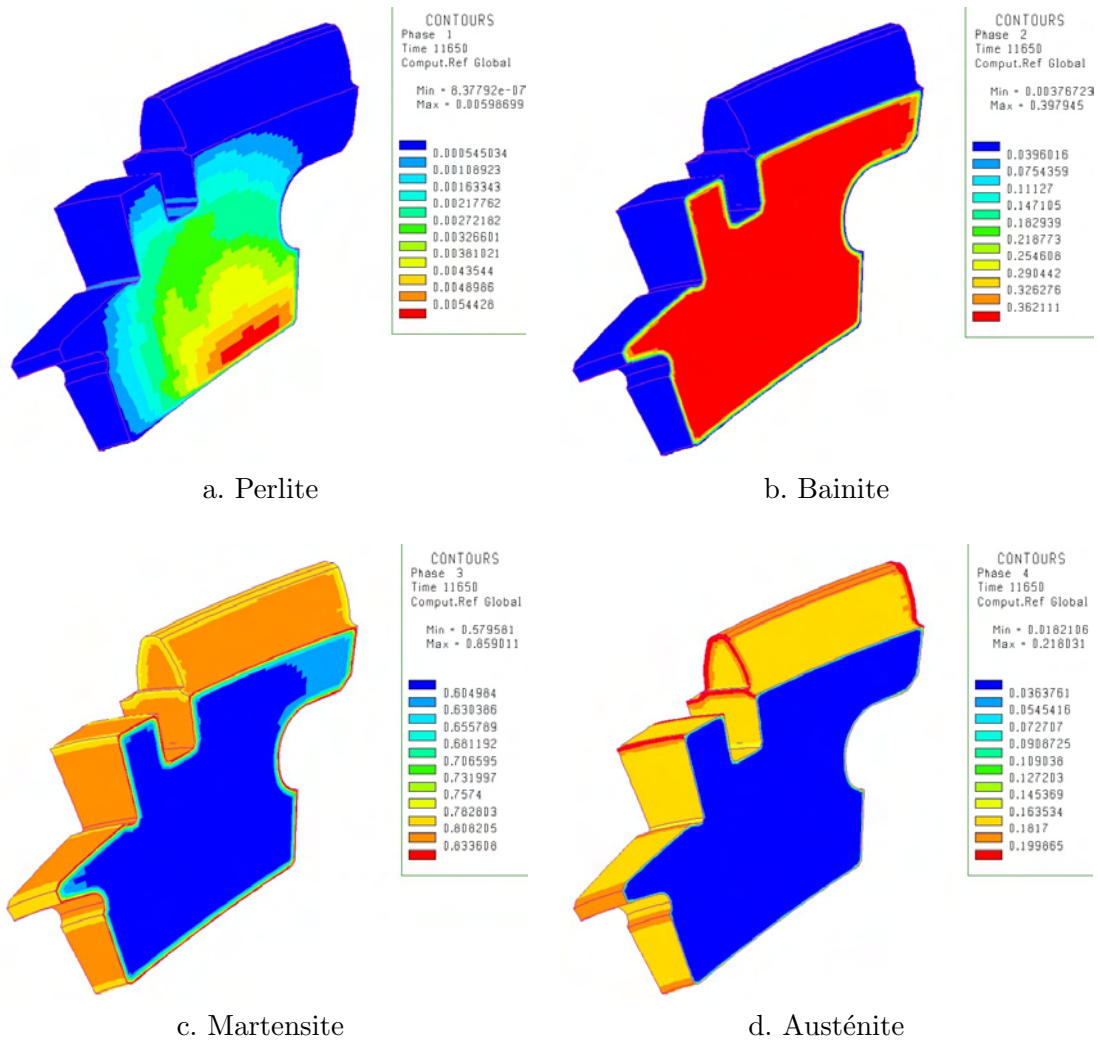


FIG. 3.34 – Proportions des différentes phases après refroidissement jusqu'à température ambiante de la pièce. Condition de refroidissement *d*.

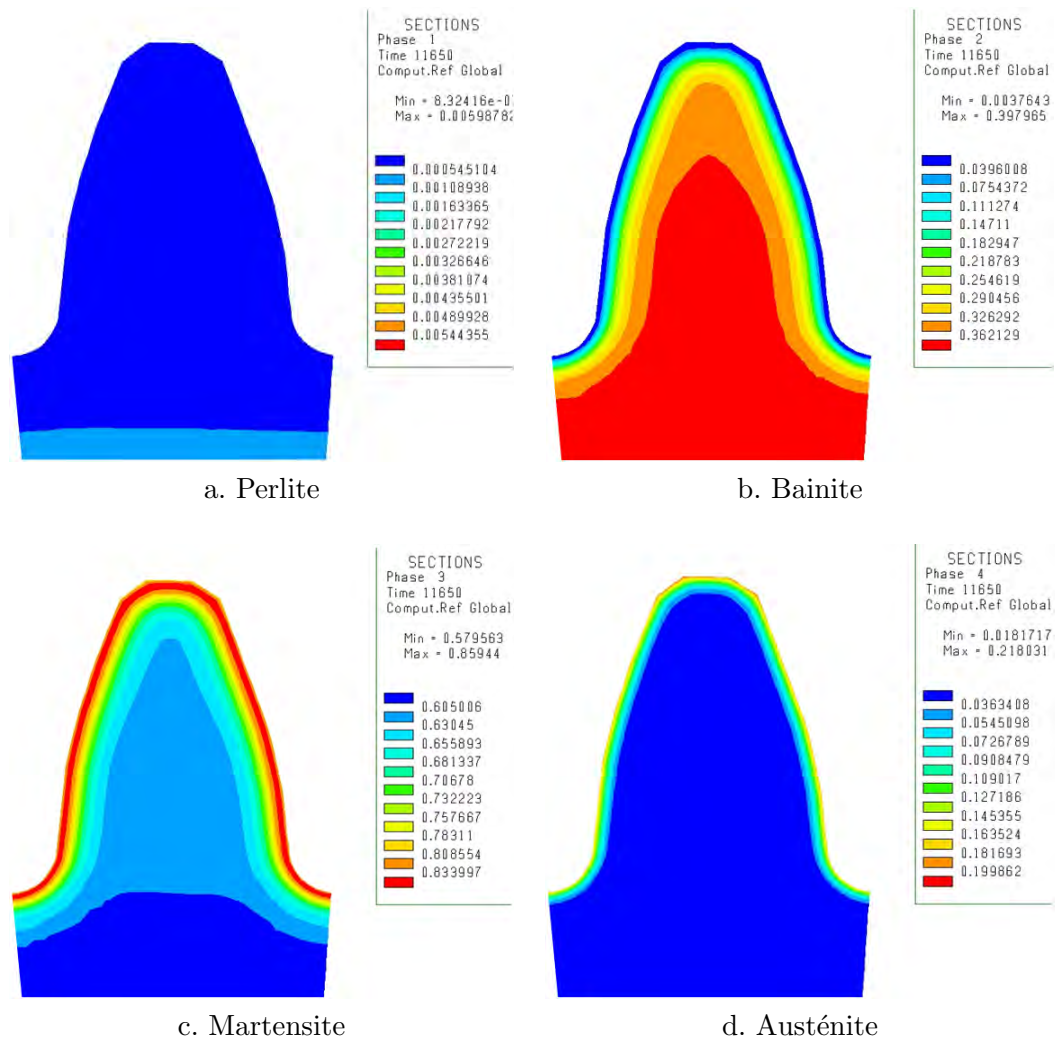


FIG. 3.35 – Proportions des différentes phases après refroidissement jusqu'à température ambiante de la pièce. Condition de refroidissement *d*.

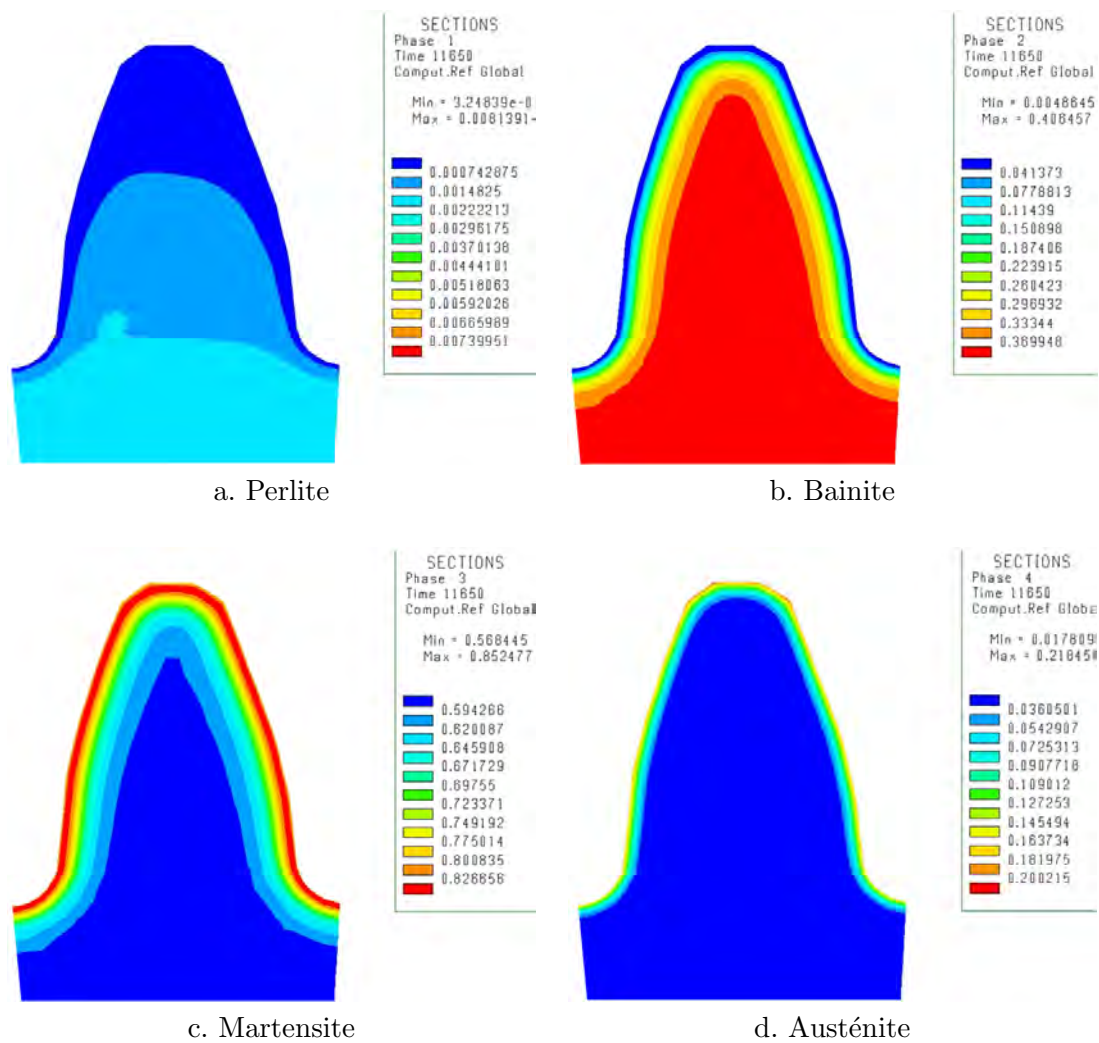


FIG. 3.36 – Proportions des différentes phases après refroidissement jusqu'à température ambiante de la pièce. Coupe à travers la dent, selon un plan orthogonal à l'axe de la pièce. Condition de refroidissement *a*.

La structure à coeur est relativement semblable sur une pièce réelle. Il en est de même en surface, où il est observé une proportion non négligeable d'austénite résiduelle (de l'ordre de 20 à 25 %). La figure 3.37 montre cette austénite résiduelle.

Remarquons que cette dernière, présente juste après l'étape de traitement thermique, est instable. Elle disparaît sous l'effet des contraintes induites lors de l'étape de grenaillage ou en fonctionnement dans la boîte.

La légère différence sur les proportions de phases calculées suivant les différentes conditions de refroidissement ne permet pas de se recalculer par rapport aux données expérimentales. Par contre, une comparaison par rapport à la dureté est plus aisée. Il a donc été réalisé un calcul de prévision de la dureté à partir de ces proportions de phases. Celle-ci est calculée dans Sysweld au moyen des formules développées par [Blondeau et al., 1975] et [Leslie, 1982], qui sont fonction des proportions de phases, de la vitesse de refroidissement à une température de 700°C et du taux de carbone. Une carte de dureté est illustrée à la figure 3.38, tandis que les filiations résultant des quatre simulations sont représentées à la figure 3.39. Très logiquement, un coefficient d'échange augmenté amène une dureté plus élevée.

La comparaison entre filiation réelle et calculée est montrée en figure 3.40. La dureté mesurée lors de l'analyse microstructurale de la figure 3.37 a été portée sur cette figure. Les mesures devraient cependant être plus nombreuses en proche surface afin de localiser le maximum de dureté. Une filiation provenant d'une pièce prélevée en production a également été ajoutée à cet effet. La courbe la plus représentative des mesures est celle relative à la condition *d*. Nous pouvons voir dans ce cas une très bonne corrélation de la profondeur à laquelle est atteinte le maximum de dureté.

3.3.4 Calcul mécanique de la trempe

3.3.4.1 Conditions aux limites

Les conditions initiales résultent des calculs déjà réalisés.

Les conditions aux frontières sont tous simplement des conditions de périodicité des déplacements sur les deux surfaces hélicoïdales définissant la section de la denture.

3.3.4.2 Données matériau et process

Le coefficient de Poisson ν est constant et fixé classiquement à 0,3 [-]. Le module de Young E , les déformations thermiques ϵ^{th} et limites élastiques σ_Y pour les différentes phases, en fonction de la température, sont illustrés à la figure 3.41. Si possible, les phases perlitique, bainitique et martensitique sont regroupées sous la dénomination « phase α », tandis que l'austénite sera appelée « phase γ ». De plus, dès qu'une influence du taux de carbone est prise en compte, la courbe de la caractéristique pour un pourcentage de carbone de 0,8 % est donnée en pointillés. L'écrouissage est quant à lui défini pour différentes températures et en fonction de la déformation plastique, ce pour chaque phase (cfr figure 3.42).

3.3.4.3 Résultats

L'objet de ce travail est d'anticiper la déformation de la pièce lors du traitement thermique. Le résultat qui nous intéresse principalement est donc la carte des déplacements de la pièce

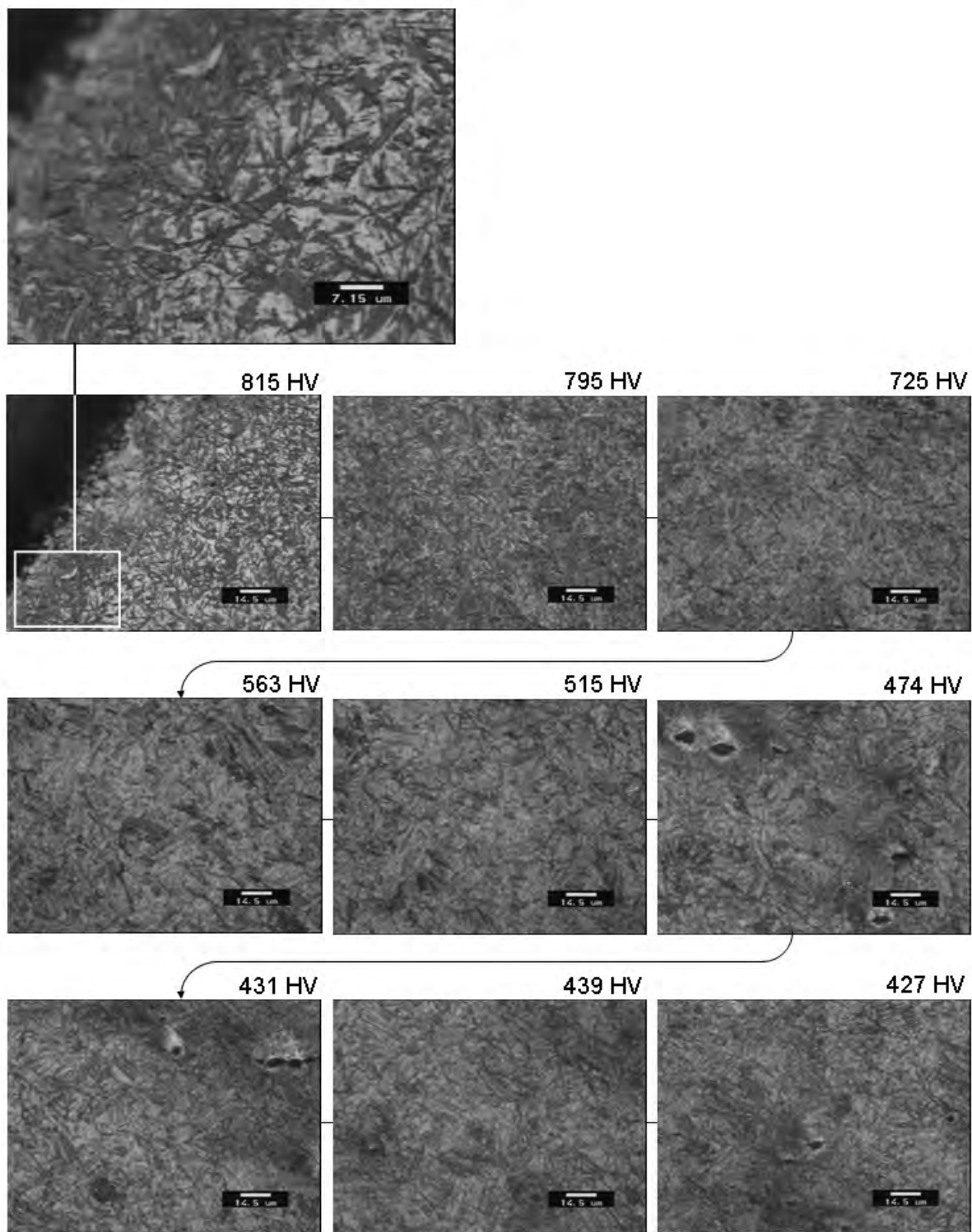


FIG. 3.37 – Filiation de la microstructure, de la surface vers le milieu de la dent. L'image en haut à gauche est prise à la surface, à mi-hauteur de dent. Les suivantes le sont par pas d'environ $150\ \mu\text{m}$, perpendiculairement à l'hélice tout en restant sur un cercle de même rayon. Elles sont toutes relatives à une même dent. La dureté indiquée est en HV 0.3.

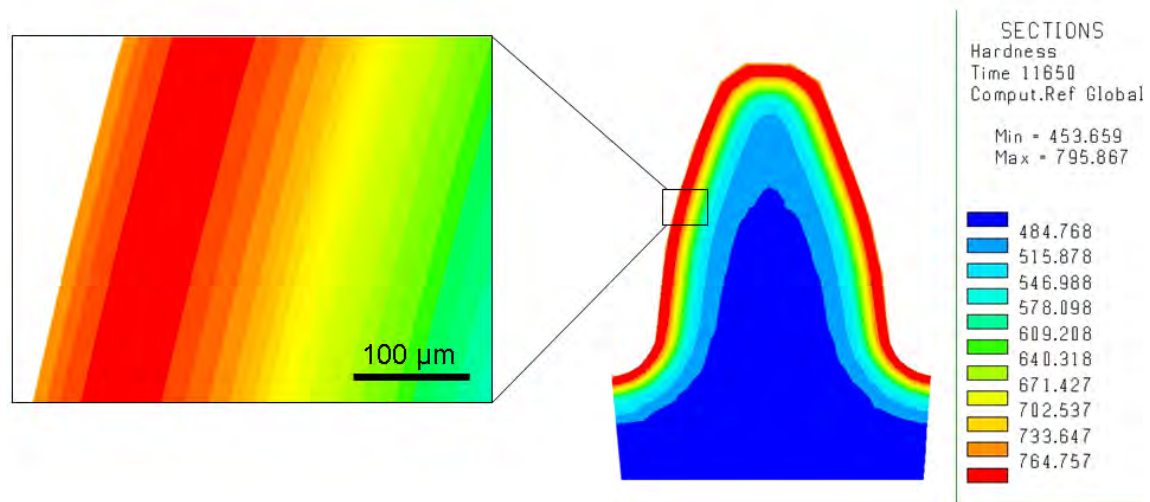


FIG. 3.38 – Carte de dureté HV. Condition de refroidissement *d*.

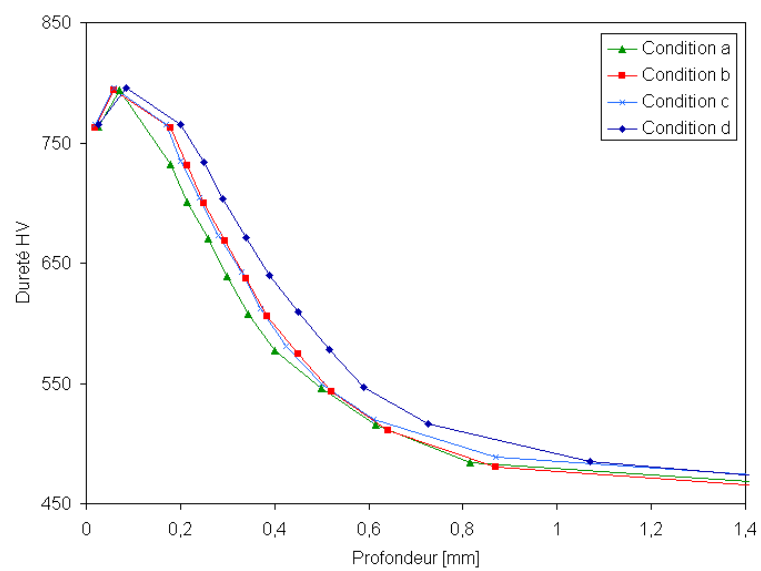


FIG. 3.39 – Filiations de dureté provenant des quatre simulations.

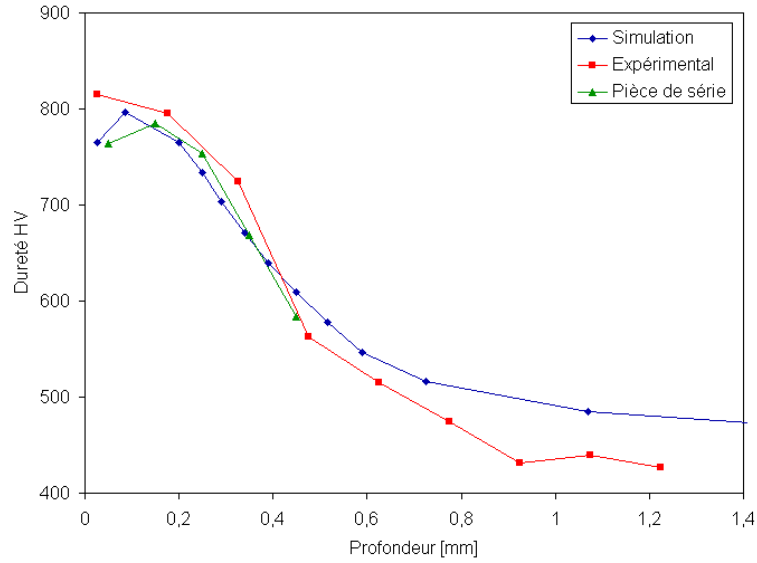


FIG. 3.40 – Comparaison des filiations de dureté provenant de la simulation (condition de refroidissement d), de la pièce analysée précédemment et d’une pièce provenant de la production.

en fin de trempe. Pour des raisons de facilité de comparaison des résultats, qu’ils proviennent des simulations elles-mêmes ou de mesures expérimentales, ces déplacements sont étudiés uniquement sur la partie fonctionnelle de la pièce, c’est-à-dire sur les flancs de la dent. Un quadrillage est réalisé sur chaque flanc (voir figure 3.43), le long duquel les déplacements sont mesurés. Pour le profil, les mesures sont réalisées au $\frac{1}{8}$, à la moitié et aux $\frac{7}{8}$ de la largeur de dent (le long de l’hélice). Au niveau de l’hélice, par rapport à la hauteur de dent, la mesure est réalisée au diamètre actif de pied, au diamètre correspondant à la fin de la longueur LAE ainsi qu’à la moyenne de ces deux diamètres.

3.3.4.3.1 Exploitation des déplacements

Pour un profil, le déplacement est mesuré de la façon suivante (voir figure 3.44) : il s’agit de la distance x entre le point contrôlé M (de coordonnées (x_M, y_M)) et la développante de cercle théorique (calculée à partir des caractéristiques pièce, donc identique avant et après traitement thermique) passant par le point contrôlé I (de coordonnées (x_I, y_I) , au rayon défini r_{wf}), le long de la normale à la développante passant par le point contrôlé, dans le plan apparent. Les propriétés de la développante de cercle permettent de calculer facilement cette distance. En effet, la distance x est équivalente à l’arc de cercle \hat{x} sur le cercle de base de rayon r_b et de centre C (coordonnées (x_C, y_C)), entre les deux origines des développantes passant par les points I et M . Cela revient à déterminer l’angle θ_x en suivant les étapes décrites ci-dessous :

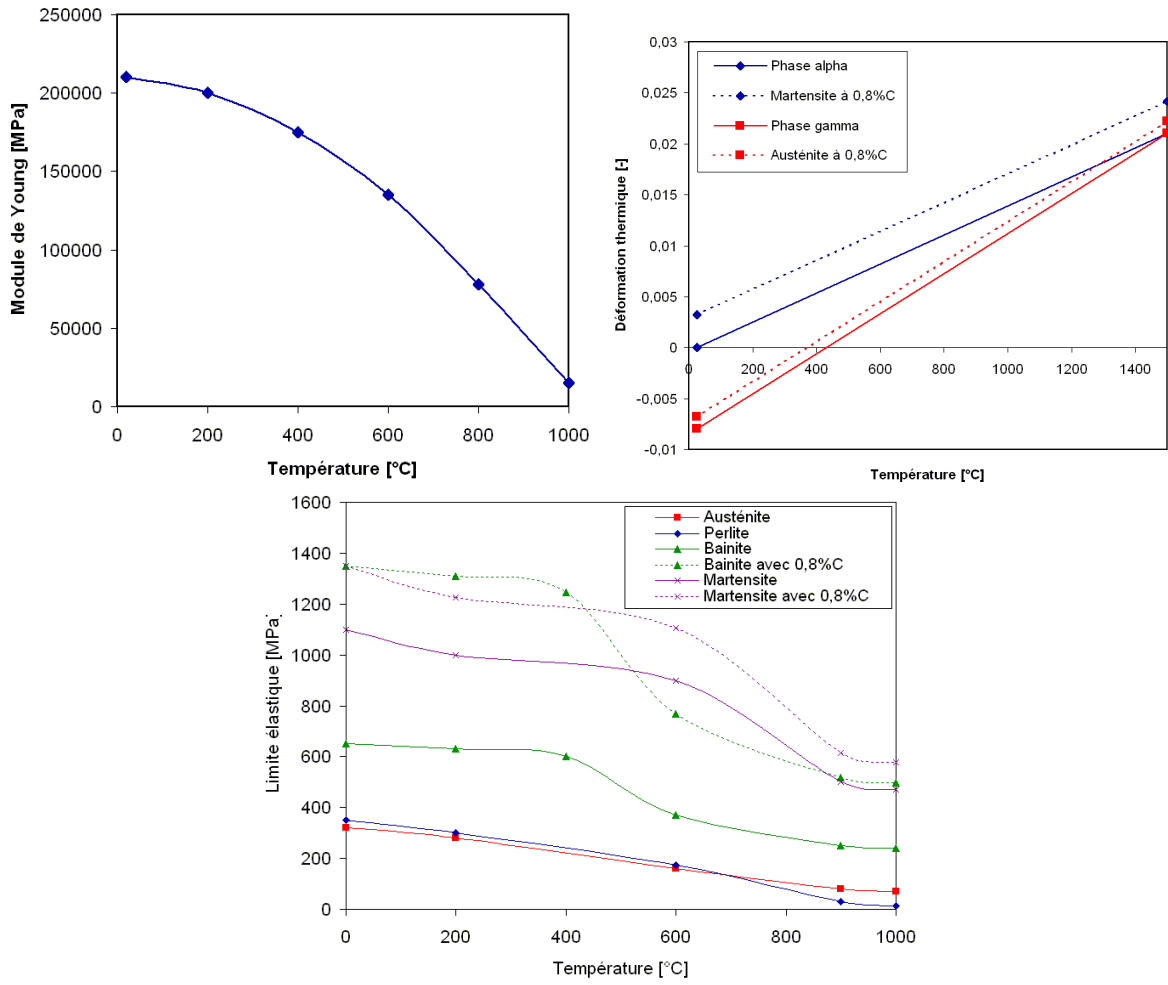


FIG. 3.41 – Evolution du module de Young E , de la déformation thermique ϵ^{th} et de la limite élastique σ_Y des différentes phases en fonction de la température et éventuellement du carbone.

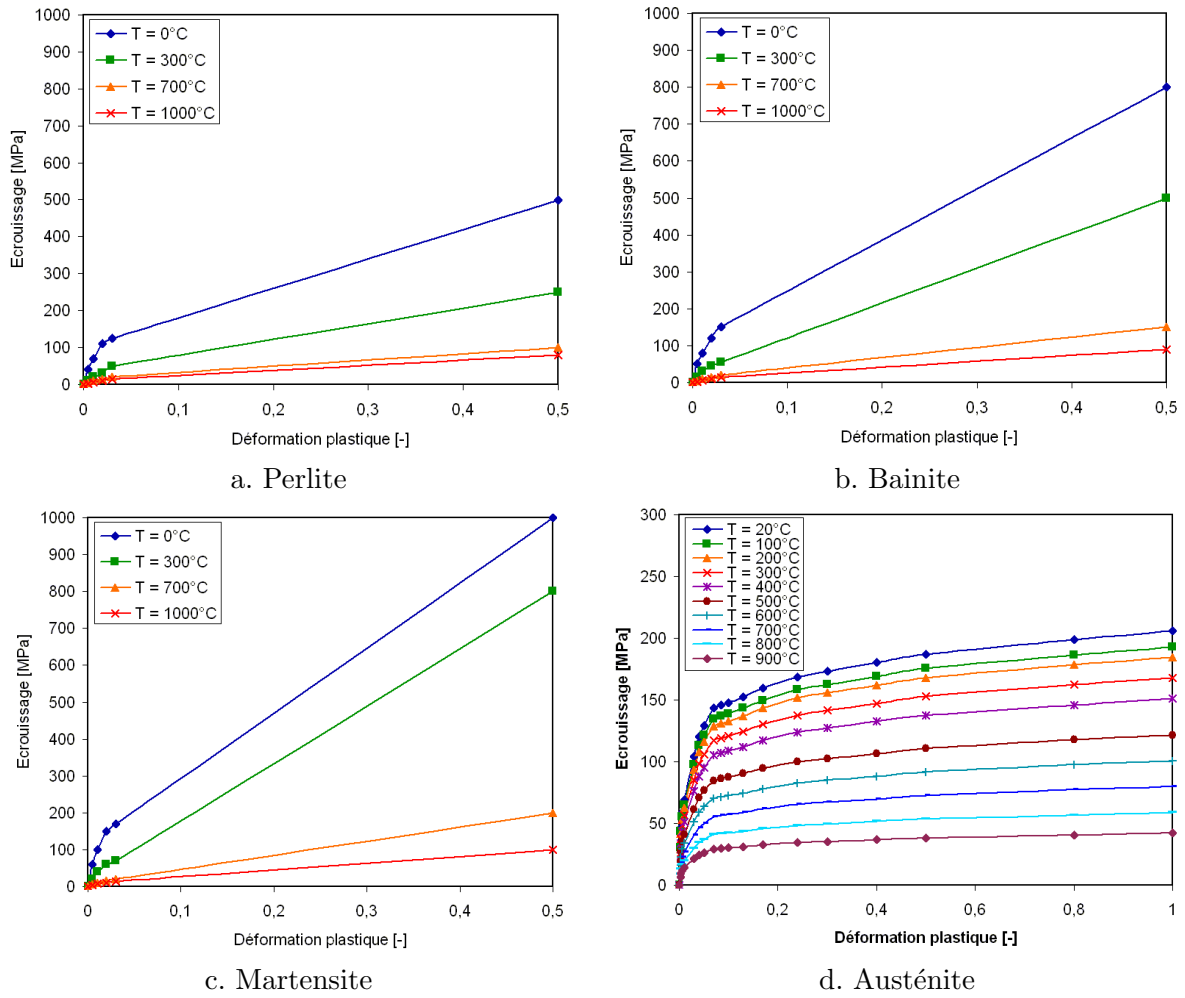


FIG. 3.42 – Ecrouissage en fonction de la déformation plastique et de la température pour les phases perlitique (a), bainitique (b), martensitique (c) et austénitique (d). Les échelles sont identiques pour les trois graphiques des phases α .

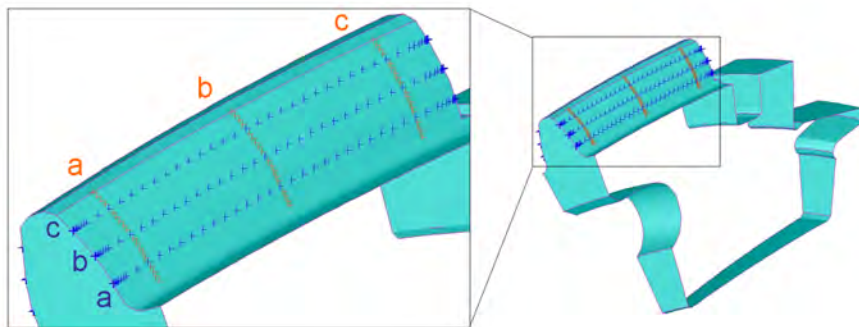


FIG. 3.43 – Quadrillage de la dent. Sur chaque flanc, les déplacements sont mesurés le long de trois hélices (a, b et c) et trois profils (a, b et c).

$$\begin{aligned}
\theta_M &= \text{inv } \alpha_M = \text{inv} \left[\arccos \left(\frac{r_b}{r_M} \right) \right] \\
\theta_I &= \text{inv } \alpha_I = \text{inv} \left[\arccos \left(\frac{r_b}{r_{wf}} \right) \right] \\
\theta_{IM} &= \arccos \left[\frac{(x_M - x_C)(x_I - x_C) + (y_M - y_C)(y_I - y_C)}{r_{wf} r_M} \right] \\
\theta_x &= \theta_M - \theta_I - \theta_{IM} \\
x &= \hat{x} = r_b \theta_x
\end{aligned}$$

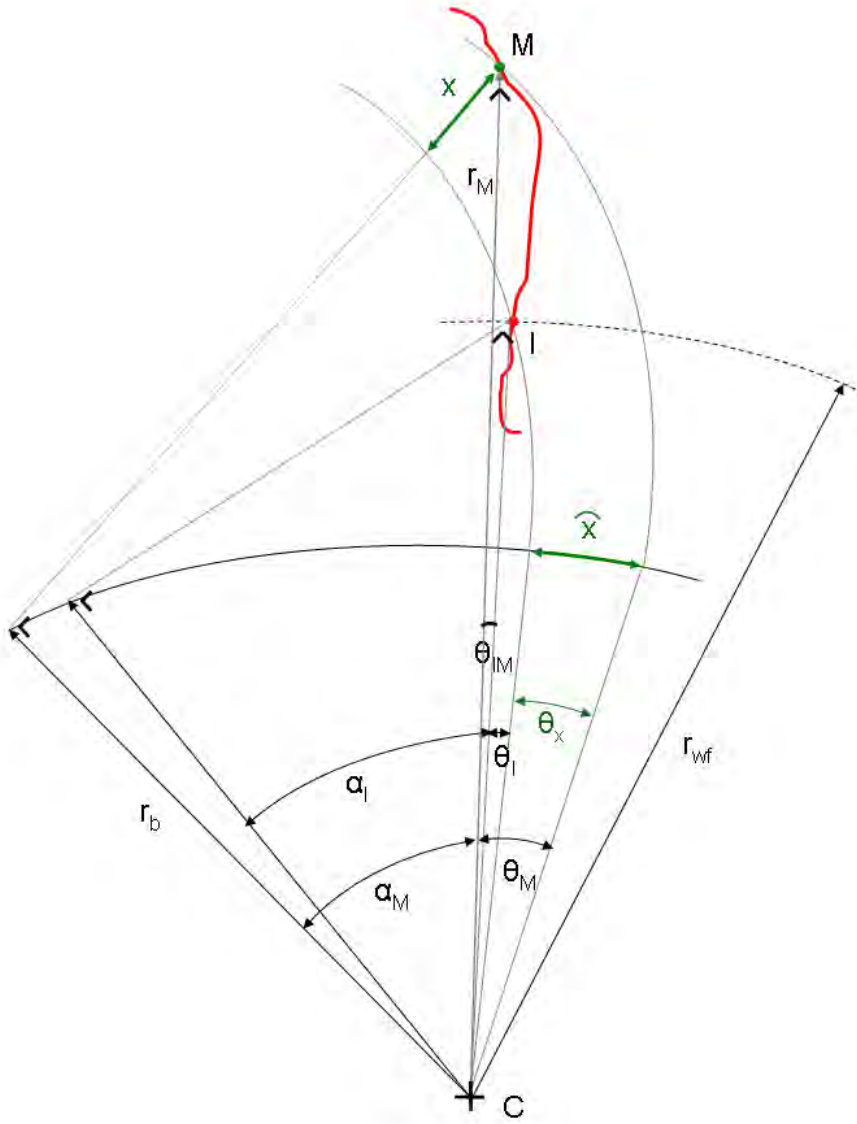


FIG. 3.44 – Méthode de contrôle du profil. Le profil contrôlé est en rouge, l'écart mesuré en vert (distance x).

Il en est de même pour l'hélice (voir figure 3.45) : le déplacement est mesuré par rapport

à une hélice théorique β_{th} passant par le début de la zone de contrôle (qui correspond à 80 % de la largeur totale, centrée sur cette largeur), le long des tangentes au cercle de base de rayon r_b , dans le plan apparent (les plans Π_1 et Π_2 en sont des exemples sur la figure 3.45). Cette méthodologie est retranscrite dans le dépouillement des cartes de déplacements obtenues avec la simulation.

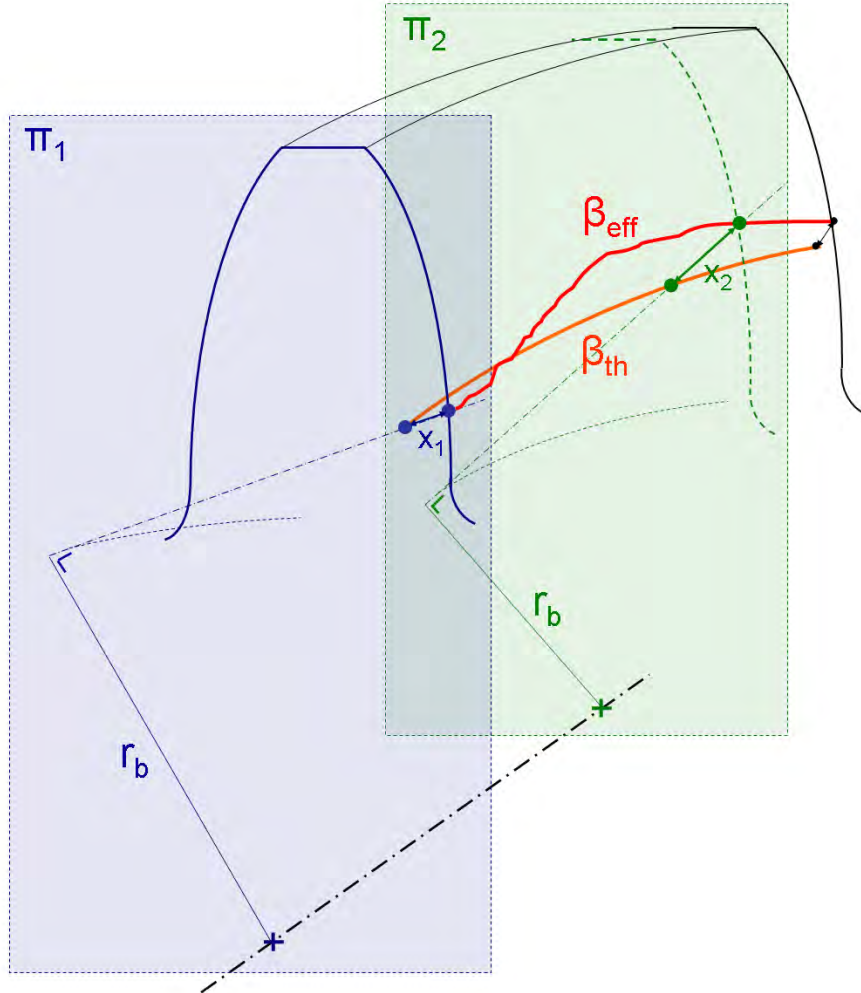


FIG. 3.45 – Méthode de contrôle de l'hélice. L'hélice contrôlée β_{eff} est en rouge, celle théorique β_{th} en orange. L'écart entre ces deux hélices (par exemple x_1 ou x_2) est mesuré à chaque fois dans le plan apparent (Π_1 pour x_1 ou Π_2 pour x_2)

3.3.4.3.2 Mesures expérimentales

Les résultats de ces mesures sur des pièces de série sont présentés ici. Evidemment, la pièce terminée doit respecter des caractéristiques finales définies par le Bureau d'Etude. C'est pourquoi la déformation dans le four est anticipée et la pièce avant traitement thermique n'est pas une denture parfaite (elle présente des écarts de direction et bombés non nuls). La déformation de la dent de la pièce réelle sera donc identifiée en réalisant la différence après et avant traitement thermique. Etant donné les observations réalisées lors de l'essai détaillé au

point 3.2.2.2, cela ne devrait pas influencer la déformation. Au final, la déformation du flanc de la dent est représentée par un écart moyen sur les quatre caractéristiques représentant le flanc de la dent. Les valeurs de cet écart sont données dans la table 3.4, ce qui peut être représenté par le graphique de la figure 3.46. Cette moyenne est calculée à partir des résultats de trente pièces d'une même charge.

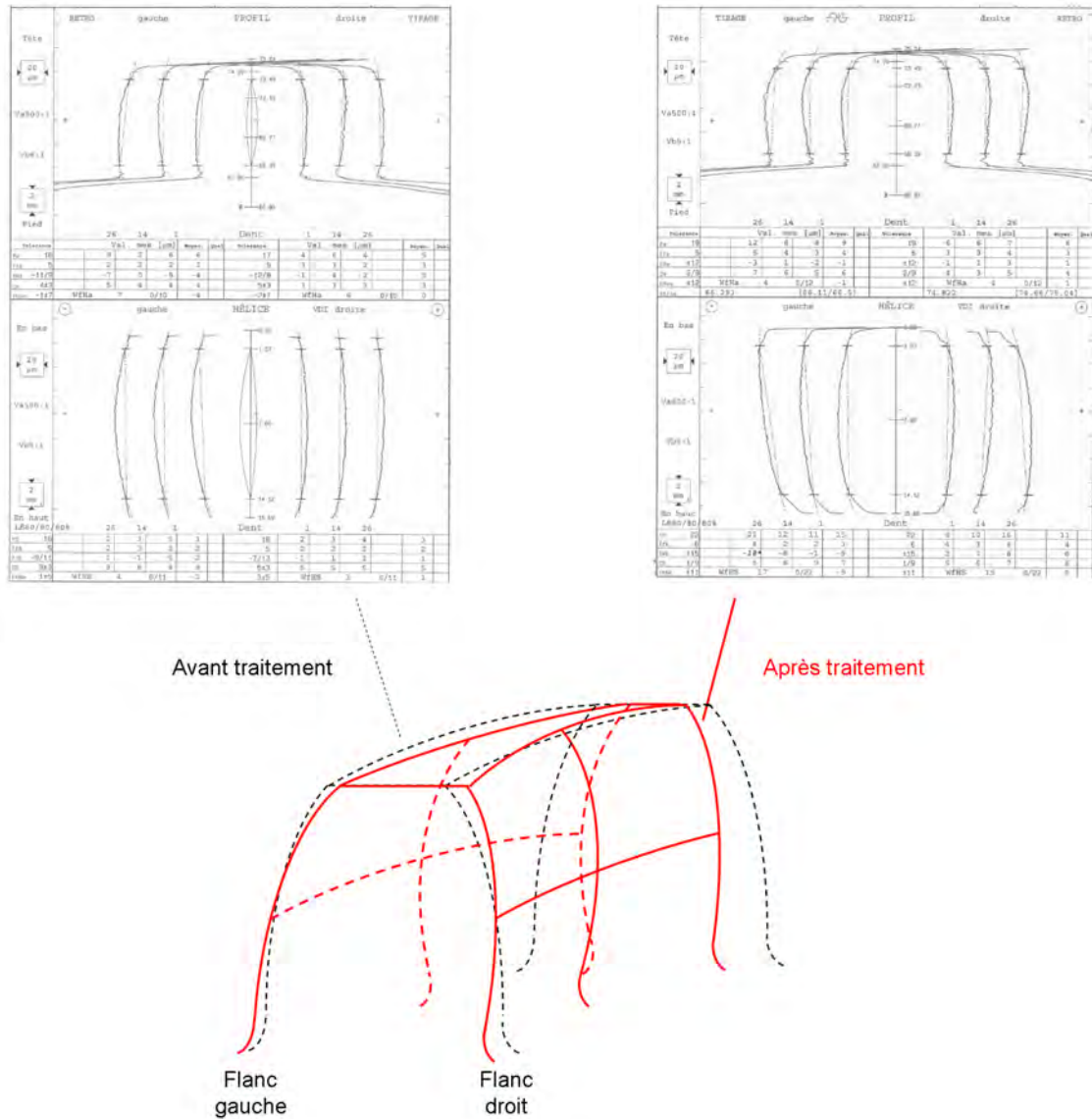


FIG. 3.46 – PV denture de la pièce avant (à gauche) et après (à droite) traitement thermique, avec la représentation schématique de la déformation des flancs de la dent.

Il est également clairement visible sur les PV de la figure 3.46 que la déformation de chaque dent n'est pas constante, ou du moins n'est pas mesurée comme telle. Cela est plus visible sur l'hélice de la dent que sur le profil. Mais, comme discuté précédemment au point 3.2.1, c'est la moyenne de la déformation que l'on cherche à prédire.

3.3.4.3.3 Déplacement calculé

Les déplacements obtenus avec la condition de refroidissement b sont présentés à la figure 3.47. Cette simulation, avec celle d , s'approche le plus de la déformation observée en réalité. La tendance générale de la déformation de la pièce est retrouvée. Seules les valeurs concernant le profil sont bien trop faibles (inférieures d'un ordre de grandeur). Précisons que c'est le quadrillage qui est représenté ici. La denture avant déformation – une développante parfaite dans ce cas – est représentée en traits mixtes.

Caractéristique	Mesures	Condition <i>a</i>	Condition <i>b</i>	Condition <i>c</i>	Condition <i>d</i>	
$f_{H\alpha}$	G	-1	0	+0,5	-0,2	+0,2
	D	+4	+0,2	+0,8	0	+0,3
C_α	G	+2	0	+0,3	0	+0,1
	D	+2	0	+0,1	-0,1	0
$f_{H\beta}$	G	+3	+1	+3	+0,1	+2
	D	-6	-1	-7	-1	-7
C_β	G	+0,5	-0,5	-2	-0,2	-1
	D	-1	+0,5	+1	+0,5	+1

TAB. 3.4 – Variations mesurées (première colonne) et calculées (colonnes suivantes) sur les flancs gauche (G) et droit (D) des caractéristiques principales (valeurs en μm) lors du traitement thermique pour les quatre conditions de refroidissement.

Les déplacements calculés pour les trois autres conditions de refroidissement sont également donnés ci-dessous, aux figures 3.48, 3.49 et 3.50, en utilisant la même échelle que précédemment. Les profils ne sont pas affichés étant donné que le résultat est toujours du même ordre de grandeur.

Pour les conditions a et c , nous pouvons observer une tendance identique mais bien inférieure à ce que nous avons avec la condition b . La différence entre condition b et d est très faible, cette dernière occasionnant une déformation légèrement inférieure, malgré le fait que les courbes de coefficients d'échange utilisées soient plus élevées.

Enfin, aucune modification de la déformation du profil et *a fortiori* de l'hélice n'a été observée lorsque le coefficient de refroidissement est modifié le long du profil (simulations e , f , g et h).

3.3.5 Possibilités et limites de la simulation numérique

Ces résultats sont assez prometteurs. Les prédictions concernant les proportions de phases sont proches de la réalité, bien que la mesure de celles-ci sur une pièce réelle ne soit pas aisée. La comparaison des duretés laisse néanmoins penser que la simulation est valable.

Les déplacements calculés méritent plus de commentaires. En effet, compte tenu de la simplicité de certaines hypothèses, nous ne nous attendions pas à un résultat quantitativement correct. Le résultat qualitatif obtenu pour l'hélice est donc une bonne nouvelle. Seul le comportement du profil laisse à désirer.

Vraisemblablement, la déformation est plus sensible à la différence entre les valeurs des coefficients sur les différentes zones qu'à cette valeur en elle-même. Un coefficient constant ne donne pas de résultat intéressant au niveau du HPD. Il serait donc apparemment possible de se recalibrer exactement sur les déplacements observés au niveau de l'hélice en jouant sur la variation spatiale des coefficients d'échange, tout en gardant une dureté adéquate. Par contre,

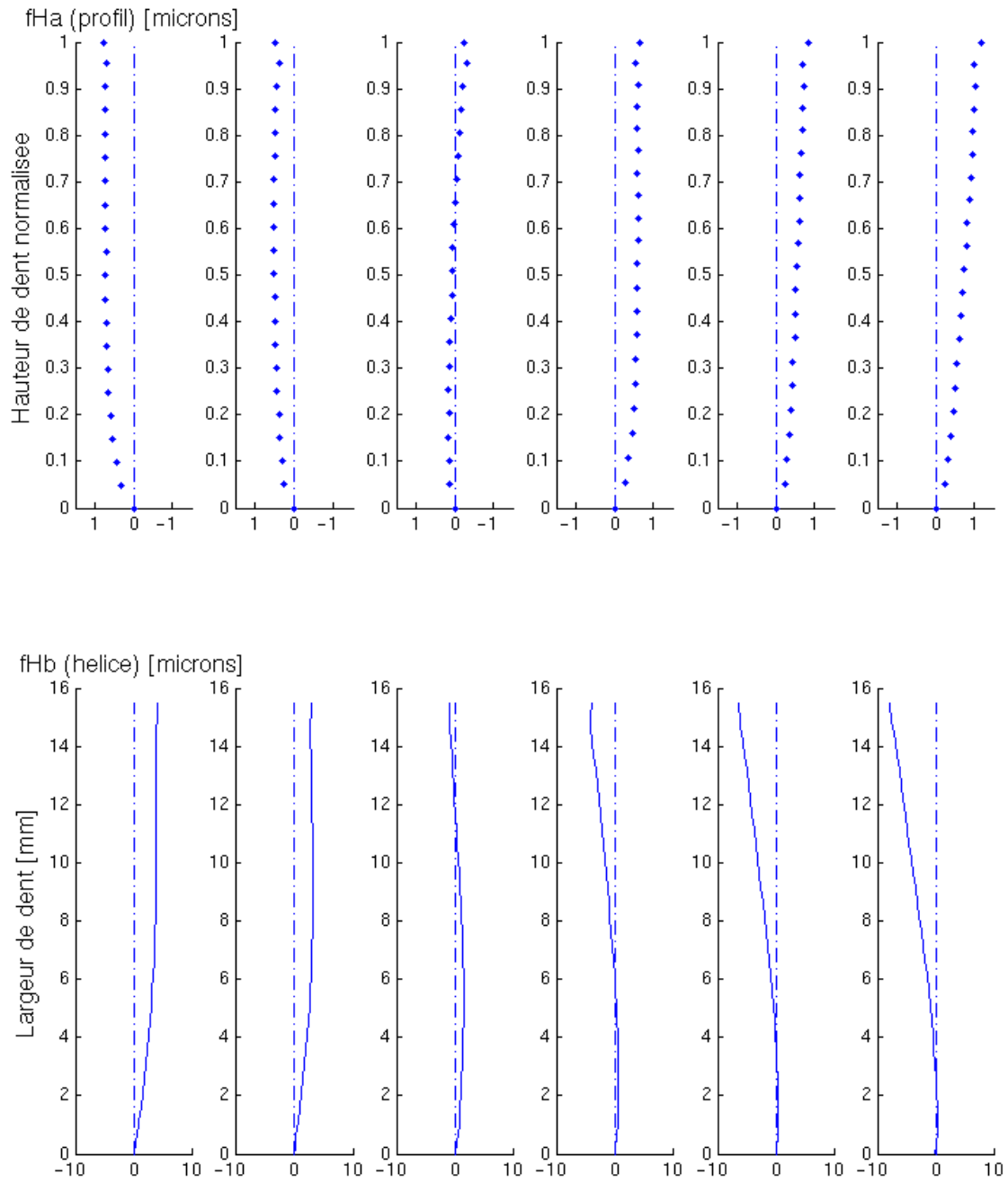


FIG. 3.47 – Déformation simulée de la dent. Les profils sont en haut, avec, de gauche à droite : c, b et a du flanc gauche puis a, b et c du flanc droit. Les hélices sont en bas, disposées de la même façon. Les coefficients de transfert sont ceux de la figure 3.30.b.

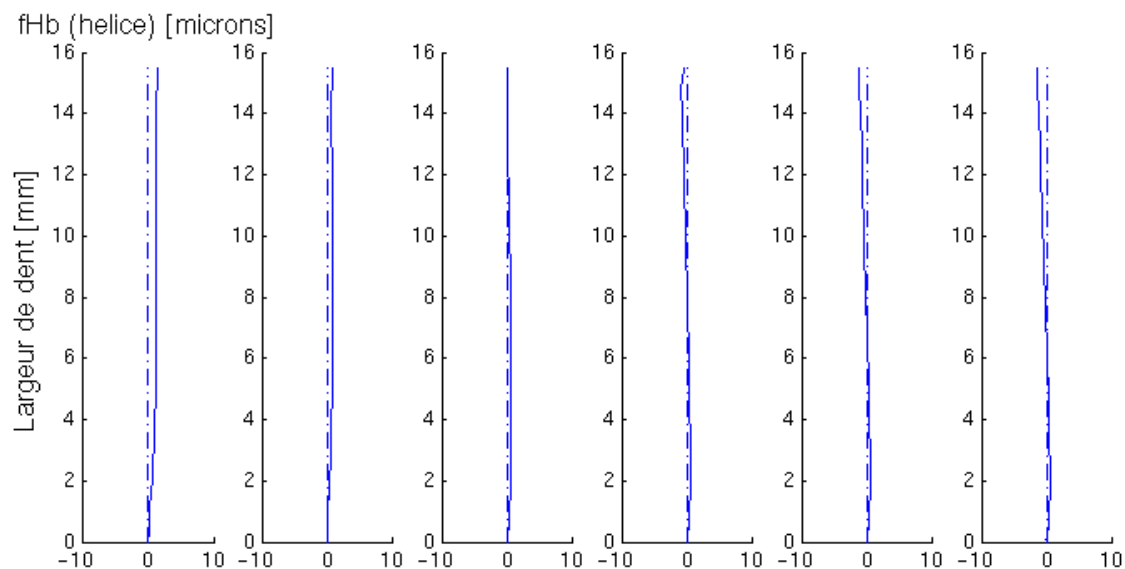


FIG. 3.48 – Déformation simulée de l'hélice de la dent. Résultat avec un coefficient uniforme (courbe « lower corner » de la figure 3.30.a) sur l'ensemble de la pièce.

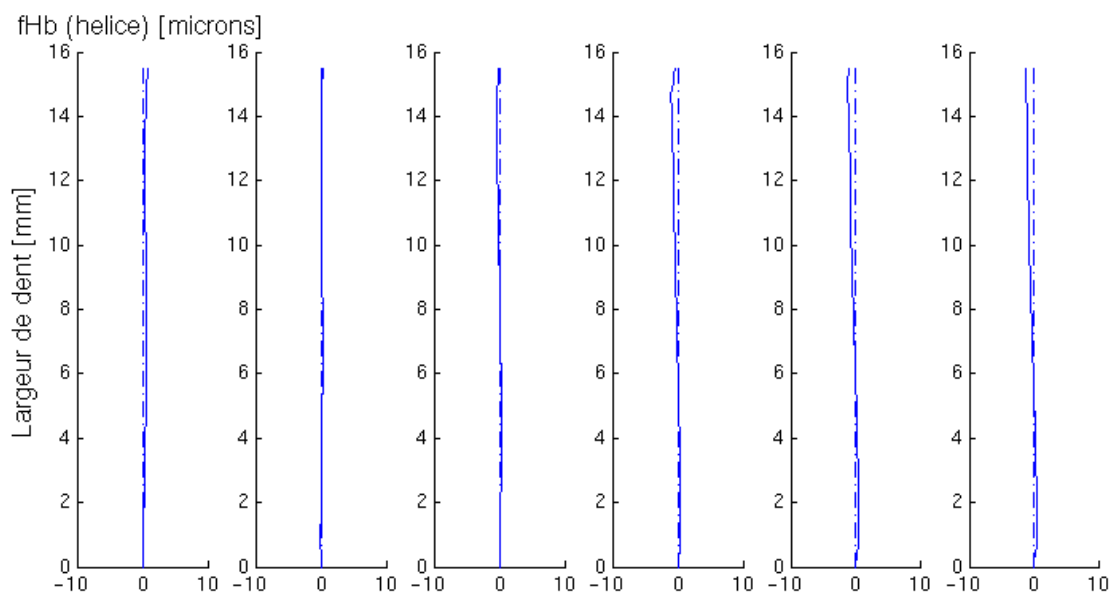


FIG. 3.49 – Déformation simulée de l'hélice de la dent. Résultat avec un coefficient uniforme (courbe « lower corner » de la figure 3.30.c) sur l'ensemble de la pièce.

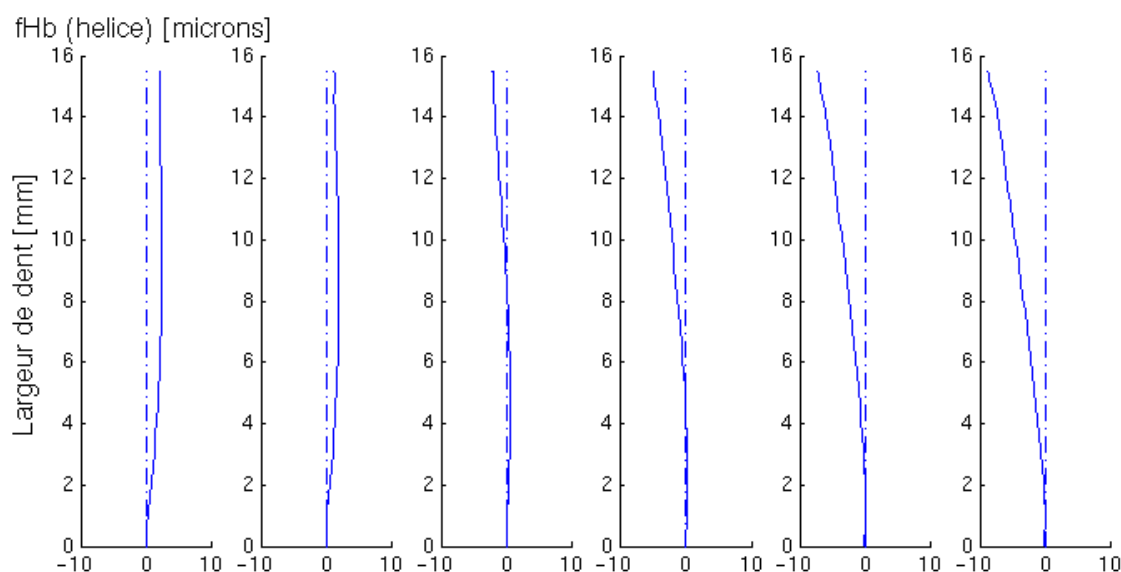


FIG. 3.50 – Déformation simulée de l’hélice de la dent. Résultat avec les coefficients de la figure 3.30.d sur l’ensemble de la pièce.

les différentes conditions utilisées le long du profil n’ont pas occasionné de modification sensible de la déformation. Les zones définies le long de la hauteur de la dent devraient donc peut-être être optimisées.

La sensibilité – du moins pour l’hélice – de ces déplacements vis-à-vis du coefficient d’échange h indique que cette donnée est prépondérante dans le calcul de la déformation. C’est d’autant plus gênant que cette condition limite est difficile à déterminer dans nos fours industriels. De plus, il n’est pas dit que les coefficients utilisés ici soient applicables à un autre type de pièce. Néanmoins, le fait que des données d’entrée déterminées dans des conditions relativement éloignées des nôtres conviennent à notre problème est encourageant.

L’influence du taux de carbone et d’azote sur la métallurgie – ainsi que sur la mécanique pour le carbone – est également un paramètre qui est apparu primordial lors des différentes simulations. Malheureusement, c’est aussi une des données généralement la moins bien documentée dans la littérature scientifique. L’ampleur des essais de caractérisation qui seraient nécessaires y est probablement pour quelque chose.

Enfin, rappelons quand même que si les résultats semblent, si non concorder exactement, au moins indiquer une même tendance, il suffirait d’une variation du brut pour peut-être mettre à mal nos recalages, sans que nous sachions comment y remédier. L’expérience en usine l’a démontré maintes fois.

Ces commentaires impliquent qu’il est nécessaire de trouver une autre méthode, plus robuste, pour anticiper la déformation au traitement thermique. Celle-ci est présentée dans le chapitre qui suit. Néanmoins, la structure de cette méthode a été prévue pour intégrer les résultats que pourrait apporter une simulation numérique plus mature.

3.4 Méthodologie industrielle : l'application GECCO

3.4.1 Concept de base

Nous avons vu précédemment que malgré des résultats prometteurs, la simulation ne permet pas encore d'être directement applicable à notre problème, à savoir la prédiction exacte de la déformation moyenne de la dent. Il est nécessaire de trouver une autre méthodologie, utilisable dans un contexte industriel.

Nous avons donc opté pour une méthode charpentée autour d'une base de données. Cette base recense l'état dimensionnel de toutes les pièces fabriquées en usine, à chaque étape de leur gamme. Lors de la fabrication d'une nouvelle pièce, il suffit alors d'en trouver une « semblable » dans la base et d'utiliser les mesures recensées pour prédire la déformation de la nouvelle pièce. Un lot de pièces est alors réalisé et contrôlé. Si les caractéristiques sont dans les intervalles de tolérance prescrits, les préconisations sont validées et le passage en production autorisé. Sinon, les mesures réalisées servent à corriger la première série de préconisations. Ce processus itératif est appelé « boucle denture ».

Ce chapitre décrit succinctement le principe général de la méthode, définit les règles de « proximité » de deux pièces dans la base de données et présente rapidement l'applicatif créé. Cet applicatif, appelé « GECCO » (pour GEAR Characteristics COmputation), est en cours de déploiement mondial sur tous les sites Renault de mécanique.

3.4.2 Description générale

Au lieu de cibler uniquement le traitement thermique, nous avons décidé d'élargir la problématique à l'ensemble de la gamme de fabrication de la pièce. Il faut savoir qu'en sus des opérations d'usinage classiques telles que le taillage, rasage, etc., cette gamme de fabrication peut comporter d'autres étapes comme le soudage ou l'emmanchement. Tout comme le traitement thermique, ce second type d'opérations provoque généralement une déformation de la denture qui ne peut pas être prédite facilement. C'est pourquoi nous avons décidé de généraliser la prédiction de la déformation de la dent à toute la gamme. Nous avons donc regroupé les opérations en deux catégories :

- les opérations d'enlèvement de matière sur le flanc de la dent (par exemple, taillage, rasage, rectification, honing, etc.) ;
- les opérations de « gonflement⁹ » de la denture (regroupant le traitement thermique, l'emmanchement, le soudage, la reprise de l'alésage interne, etc.).

A chaque groupe d'opérations est relié un type de formules, permettant de définir les caractéristiques de la pièce tout au long de la gamme :

- les formules pour une étape *suivie* d'un enlèvement de matière ;
- les formules pour une étape *suivie* d'un gonflement de la pièce.

Le premier type de formules utilise les propriétés de la géométrie en développante de cercle pour une denture hélicoïdale. Les caractéristiques denture peuvent être déterminées en connais-

⁹Nous parlerons ici de gonflement mais il peut s'agir également d'une contraction. Quoi qu'il en soit, ces deux termes sont utilisés pour qualifier une distorsion de la denture qui ne peut être prédite *a priori*.

sant la surépaisseur moyenne de matière enlevée aux flancs qui est connue à l'avance¹⁰. Pour le second type de formules, vu que nous avons affaire à un gonflement arbitraire qui n'est *a priori* pas maîtrisé, nous avons besoin de la base de données recensant les déformations de pièces similaires.

La détermination des caractéristiques se fait en sens inverse de la chronologie de fabrication, c'est-à-dire que les calculs se font d'abord pour la dernière étape du processus, puis l'avant-dernière et ainsi de suite jusqu'à la première. Un exemple est donné sur la figure 3.51.

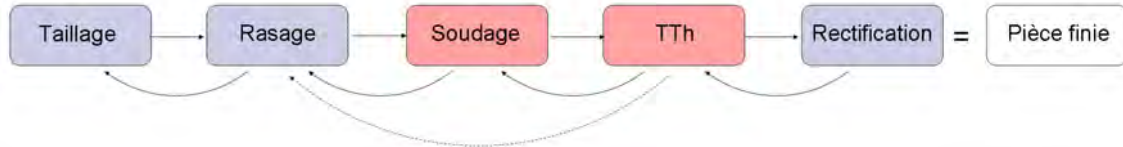


FIG. 3.51 – Exemple de gamme denture. Les étapes en bleu sont celles où il y a enlèvement de matière et celles en rouge là où il y a un gonflement de la matière.

Si plusieurs étapes identiques se suivent (plusieurs gonflements par exemple), les formules peuvent être utilisées en introduisant les mesures des étapes n et $n + 1$ les plus éloignées l'une de l'autre. Par exemple, pour une pièce subissant un soudage (mesures avant n^{sou} et après $(n + 1)^{\text{sou}}$) puis un traitement thermique (mesures avant $n^{\text{tth}} = (n + 1)^{\text{sou}}$ et après $(n + 1)^{\text{tth}}$), le gonflement se calcule d'après la somme des deux gonflements, entre les étapes n^{sou} et $(n + 1)^{\text{tth}}$. L'exemple de la figure précédente peut être repris. Les opérations de soudage et traitement thermique peuvent être combinées pour calculer un gonflement total lors de ces deux étapes (flèches en pointillés). Les informations sur ce gonflement total seront utilisées pour calculer les nominaux de l'étape d'avant (le rasage). Les formules employées pour calculer ces nominaux sont bien celles relatives à une étape *suivie* d'un gonflement. C'est bien le type de l'étape suivante qui détermine le genre de formules à utiliser.

Ajoutons enfin que ce système de base de données est également utilisé pour définir les caractéristiques d'affûtage d'un outil appelé « galet de rasage », qui intervient généralement directement avant le traitement thermique.

La figure 3.52 illustre les différentes étapes de la boucle denture, mettant en évidence le processus itératif et l'utilisation de la base de données.

3.4.3 Description de la base de données

Comme précisé précédemment, la base de données contient toutes les mesures des caractéristiques des pièces à chaque étape de leur gamme. En plus de cela, les caractéristiques des galets de rasage correspondants sont enregistrées. Etant donné le nombre de boîtes de vitesses et leur diversité, cela représente environ un petit millier d'engrenages différents.

Deux pièces avec des conditions similaires réagiront donc normalement de manière identique au traitement thermique. De plus, l'outil de rasage utilisé sera également affûté d'une manière semblable.

¹⁰Cette surépaisseur est fonction de la qualité de l'opération précédente (présence de vagues de taillage importantes ou non par exemple) et de la technologie employée.

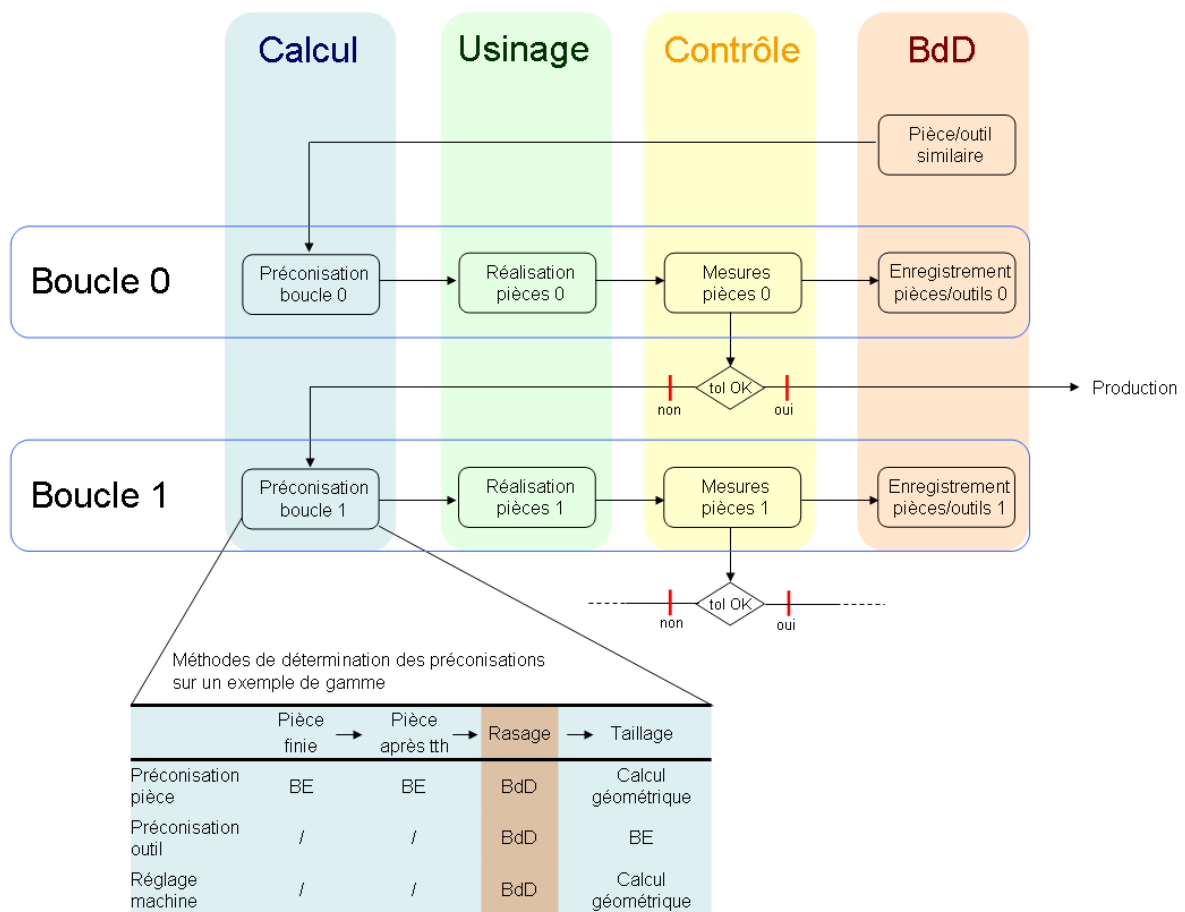


FIG. 3.52 – Schématisation de la boucle denture et de ses différentes étapes. L'étape de calcul est détaillée à travers un exemple de gamme classique. La méthode utilisée pour déterminer les différentes préconisations à chaque étape de la gamme est donnée dans le tableau. « BE » signifie que c'est le Bureau d'Etude qui fournit l'information tandis que « BdD » indique une utilisation de la Base de Données.

Il est donc nécessaire d'établir des règles permettant de définir la proximité entre deux pièces. Le chapitre 2 a présenté les causes principales de déformation d'une pièce. Cependant, l'application étant utilisée en milieu industriel, où toutes ces informations ne sont que rarement détaillées, il est indispensable de transcrire ces causes en des termes plus explicites. Les conditions dans le four de traitement thermique, la géométrie de la pièce, le type de matériau (gamme de fabrication du brut, caractéristiques métallurgiques, ...), etc. ont donc été transposés en une liste plus parlante. Les critères adoptés sont donnés à la figure 3.53.

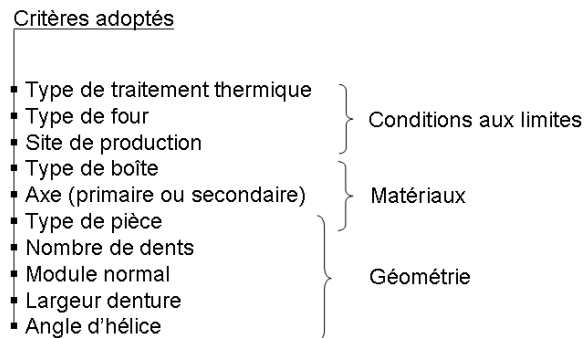


FIG. 3.53 – Critères sélectionnés pour identifier la proximité de deux pièces dans la base de données

Bien sûr, une fois cette pièce proche définie, il convient d'affiner les résultats en réalisant un ou deux lots de pièces et d'apporter les corrections nécessaires. Ces boucles réalisées viendront évidemment enrichir la base de données.

3.4.4 Implémentation

L'application créée se veut simple d'utilisation, tout en gardant les informations principales directement visibles. Nous avons donc travaillé sur une interface divisée en trois parties, regroupant les informations suivantes (voir figure 3.54) :

- caractéristiques générales de la pièce (nombre de dents, module, etc.)
- positionnement dans le parcours général de la boucle denture (étape actuelle, jalons passés, etc.)
- caractéristiques détaillées de la pièce (géométrie des flancs, tolérances de qualité, etc.)

Une série d'onglets permet de rentrer toutes les mesures réalisées lors de chaque étape de la gamme. Ce sont ces mesures qui constitueront la base de données. La recherche de la pièce semblable dans cette base se fait selon les critères définis précédemment. Les caractéristiques de la pièce actuelle sont visées, avec une précision spécifiée par l'utilisateur. La totalité ou seule une partie des critères peut être sélectionnée, selon le nombre de pièces similaires existantes.

3.4.5 Avantages et inconvénients de la méthode

Nous avons validé avec succès cet applicatif au Département de Fabrication des Pièces Prototypes Mécanique (DF3P) de l'usine de Cléon pour ensuite le déployer sur les différents sites de mécanique Renault. En général, pour récupérer de légères dérives sur des pièces de

série, une boucle denture est suffisante. Cela peut monter à deux ou trois dans les cas plus compliqués. Par contre, s'il s'agit d'un nouveau produit, la mise au point peut être bien plus longue. Ceci peut généralement être intégré dans le planning mais représente une charge de temps importante. En effet, une seule boucle denture classique dure environ 50 heures, et ce si les machines d'usinage et de contrôle sont immédiatement disponibles.

Une fois fiable, l'aide de la simulation sera donc la bienvenue, permettant de gagner de précieuses heures. Elle pourra facilement être intégrée comme entrée de la base de données, concernant le traitement thermique. Par contre, il restera à développer la modélisation des autres opérations telles que soudage ou emmanchement mais principalement rasage, où il subsiste de nombreux points d'interrogations. Actuellement, la méthodologie développée ici permet de répondre au problème industriel mais pas de comprendre les phénomènes impliqués.

Un des grands avantages de cette méthode est qu'elle est entièrement utilisable sur le terrain et ne nécessite qu'un accès au réseau local. Dans le cas où la simulation numérique serait utilisée, cela resterait totalement transparent pour l'applicatif mais le calcul devra être réalisé dans les services d'ingénierie.

3.5 Conclusions préliminaires

La première chose qui s'impose en abordant cette problématique est la multitude de phénomènes à prendre en compte. Le produit est complexe de par sa géométrie, sa fabrication et les cadences demandées.

Les essais ont mis en évidence des phénomènes qui influencent clairement la déformation des engrenages mais qui ne peuvent toutefois pas être pris en compte dans leur totalité : influence des contraintes résiduelles, dispersion de la déformation dans la charge, déformation globale de la pièce, ... Cependant, les effets de la plupart de ces phénomènes restent gérable à un niveau industriel. La compréhension n'est pas encore totale mais la production s'en accomode relativement bien. Les cas les plus fréquents sont bien pris en compte par la méthode industrielle décrite dans cette section.

La simulation, même si elle ne peut actuellement que donner des indications et non une prédiction quantitative, peut néanmoins être utilisée d'une autre manière. Comme nous l'avons mentionné en début de section 1.2, le process peut subir des dérives qui amènent parfois à des situations critiques. Ces situations doivent être résolues le plus rapidement possible. C'est pourquoi nous proposons ci-après une méthodologie se basant sur les avantages de la simulation et permettant d'identifier les causes des dérives observées.

Chapitre 4

Détection d'une cause de variation de la déformation

Au vu des résultats du chapitre précédent, il est clair que nous ne pouvons immédiatement utiliser la simulation numérique pour des prédictions quantitatives de la déformation. Par contre, tout en s'affranchissant de ce problème de recalage, il est possible de comparer les tendances de distorsions réelles et simulées. Suite à une perturbation, si le modèle numérique réagit de la même manière que le cas réel, il devient possible de relier une dérive observée à son origine. Ainsi, en créant au préalable une base de dérives simulées, nous pouvons y projeter une dérive réelle, en connaître la cause et donc résoudre le problème à la source.

Le principe est ici de se créer une base de modes de déformation à partir de l'évolution temporelle des déplacements des noeuds de la pièce. Cette base est composée à partir de différentes simulations EF, en modifiant certaines conditions aux limites. Nous obtenons donc différents modes empiriques représentatifs des évolutions possibles (du moins celles simulées) de la déformation de la pièce. Il faut bien remarquer qu'un mode n'est pas spécialement dédié à un type de variation, il peut très bien être utilisé dans la représentation de plusieurs simulations. Le but est d'identifier dans cette base modale des *sous-espaces*, chacun étant relié à un type de variation. Se « déplacer » dans la base modale à l'intérieur de ces sous-espaces indique que la variation de la déformation est due à la modification de la condition aux limites respective.

Les résultats de la mesure d'une pièce réelle sont ensuite « projetés » sur ces sous-espaces. La plus petite distance entre le sous-espace et la mesure va permettre d'identifier la cause la plus susceptible d'avoir provoqué la variation observée.

Cette troisième partie commence par un bref état de l'art quant aux méthodes de reconnaissance de forme les plus courantes. La méthodologie décrite précédemment est ensuite exposée en détail, assortie d'une validation numérique et d'une application à un cas expérimental.

4.1 Méthodes de reconnaissance de forme

Il existe une littérature très fournie concernant la reconnaissance de forme. Beaucoup d'articles traitent de l'identification de la nature et de l'orientation d'objets tridimension-

nels à travers la courbe bidimensionnelle de leur frontière (voir [Richard et Hemami, 1974], [Wallace et Mitchell, 1980], etc.). Cette courbe, représentées de manière paramétrique par des « descripteurs de Fourier » doit être fermée. Il reste cependant possible de décrire une courbe ouverte en lui attribuant une épaisseur et en prenant en compte son périmètre (méthode appliquée à la reconnaissance de caractère, voir [Persoon et Fu, 1977]). L’avantage de ce type de méthode est que la reconnaissance devient indépendante des translation, rotation et homothétie de formes similaires.

Dans notre cas, nous recherchons plutôt à comparer une surface donnée par rapport à des surfaces « types » déjà connues. L’idée principale est toujours de décomposer les systèmes connus en « modes », ces modes permettant de représenter de manière synthétique les données originales.

Parmi les décompositions modales existantes, celle de Karhunen-Loève – aussi appelée PCA (pour *Principal Component Analysis*) ou encore POD (pour *Proper Orthogonal Decomposition*) – présente beaucoup d’avantages dont les suivants :

- la décomposition minimise l’écart aux moindres carrés entre le système original et sa représentation modale,
- les modes obtenus sont orthogonaux entre eux,
- l’information prépondérante est contenue dans les modes à plus grande valeur propre.

Chaque surface type est reliée à un effet qui est à l’origine de sa particularité, cet effet étant plus ou moins important. En représentant toutes les surfaces types reliées à un effet spécifique dans l’espace modal, un ensemble de points est obtenus dans cet espace. Cet ensemble de points définit donc une zone dans l’espace modal qui est dédiée à l’effet associé. Ce principe a été utilisé pour classifier des textures de surface par [Grigoriev et al., 1998].

Cependant, contrairement à [Grigoriev et al., 1998], nous n’utilisons pas seulement une image finale pour construire la base modale mais toute l’historique de la déformation, partant du principe que l’historique de déformation de la pièce, c’est-à-dire la chronologie des différents phénomènes responsables de cette déformation, est plus riche que la seule résultante finale. Evidemment, obtenir cette historique de déformation devient vite impossible si la pièce est complexe. On peut toujours imaginer une mesure optique dans des conditions de laboratoire (voir [Claudinon, 2000]) mais appliquer cela dans des conditions industrielles est impossible. C’est pourquoi la simulation devient indispensable. Elle permet d’avoir accès à la déformation de la pièce tout au long du process.

4.2 Création d’une base modale

4.2.1 Décomposition modale de la solution temporelle

Il existe plusieurs possibilités pour décomposer l’évolution temporelle du problème. Le travail de [Verdon, 2007] présente différentes méthodes, appliquées à la mécanique des fluides. Nous nous attarderons ici sur la décomposition de Karhunen-Loève et sur une variante incrémentale de celle-ci, permettant de traiter plus aisément un grand nombre de données.

Précisons encore que ce n’est pas l’état final de la pièce qui est décomposé mais toute l’évolution subie par celle-ci au cours du traitement thermique. Enfin, la description des deux

méthodes réalisées ici utilise toutes les variables d'état du problème (déplacements, température, etc.). Nous n'utiliserons cependant par après que la solution en déplacements, plus facile à mesurer. Rien n'empêche d'appliquer cette méthodologie à d'autres valeurs comme les proportions de phases par exemple. Cette piste est d'ailleurs déjà suivie et appliquée à des cas industriels pour le contrôle de traitement de surface par laser (voir [Hömborg et Kern, 2008]).

4.2.2 Décomposition de Karhunen-Loève

La décomposition de Karhunen-Loève est une méthode proposée indépendamment par Karhunen en 1946 et par Loève en 1955. Il s'agit d'une méthode permettant de passer d'un très grand nombre de données aléatoires à une représentation déterministe d'ordre réduit, caractérisée par des modes obtenus par un problème de maximisation.

Dans notre cas, les résultats de la simulation numérique sont stockés dans une matrice générale \mathbf{Q} , chaque colonne correspondant à un pas de temps. La décomposition se fait sur cette matrice. On obtient au final un nombre restreint de modes empiriques, qui permettent de retrouver tous les résultats à chaque pas de temps utilisés précédemment. A noter cependant que les modes peu représentatifs ne sont pas pris en compte.

La solution du problème discrétisé à un pas de temps donné est notée \underline{q}_u pour les déplacements, \underline{q}_T pour la température et \underline{q}_Y pour les variables internes (déformation élastique, proportion des phases, etc.). Ces solutions à chaque pas de temps sont stockées dans une matrice d'état \mathbf{Q}_α ($\alpha = u, T$ ou Y). Une colonne de ces matrices est donc le résultat d'un incrément de calcul. Notre problème consiste à trouver la décomposition aux valeurs singulières telle que :

$$\mathbf{Q}_\alpha = \Psi_\alpha \cdot \Lambda_\alpha \cdot \Phi_\alpha^T$$

avec

$$\begin{aligned}\Psi_\alpha^T \cdot \Psi_\alpha &= \mathbf{I} \\ \Phi_\alpha^T \cdot \Phi_\alpha &= \mathbf{I}\end{aligned}$$

où Λ_α est une matrice diagonale ayant sur sa diagonale des valeurs non nulles, Ψ_α et Φ_α des matrices éventuellement rectangulaires.

On recherche tout d'abord la matrice de covariance \mathbf{C}_α :

$$\mathbf{C}_\alpha = \mathbf{Q}_\alpha \cdot \mathbf{Q}_\alpha^T \tag{4.1}$$

Ce produit est une somme de produits des colonnes de \mathbf{Q}_α , c'est donc une somme de valeurs définies en un même instant. Si cette somme était pondérée par la taille du pas de temps dt , elle correspondrait exactement à une intégrale numérique sur l'intervalle de temps. On peut considérer que c'est une intégrale pondérée par un poids en $\frac{1}{dt}$.

Les valeurs propres (matrice \mathbf{D}_α) et vecteurs propres (matrice \mathbf{V}_α) de cette matrice sont ensuite calculés. Les modes propres correspondant à des valeurs propres négligeables

($|\mu_k| > \epsilon_\mu \max_j(\mu_j)$, ϵ_μ valant généralement 10^{-8}) sont éliminés.

La base réduite Ψ_α est ensuite calculée :

$$\Psi_\alpha = \mathbf{V}_\alpha \quad (4.2)$$

Les colonnes de Ψ_α sont ensuite normées.

Les matrices d'état Φ_α des variables réduites sont trouvés en minimisant $\|\Psi_\alpha \cdot \Phi_\alpha - \mathbf{Q}_\alpha\|$, ce qui donne

$$\begin{aligned} \Phi_\alpha &= (\Psi_\alpha^T \cdot \Psi_\alpha)^{-1} \Psi_\alpha^T \cdot \mathbf{Q}_\alpha \\ &= \Psi_\alpha^T \cdot \mathbf{Q}_\alpha \end{aligned}$$

puisque $\Psi_\alpha^T \cdot \Psi_\alpha = \mathbf{I}$. Ces matrices sont comparables à des coefficients multiplicateurs des modes de Ψ_α .

L'inconvénient de la décomposition classique de Karhunen-Loève est que la taille du problème aux valeurs propres est fonction du nombre de variables d'état et est donc reliée aux nombres de noeuds du problème. Dès que le système devient important, cette augmentation du nombre de variables d'état devient vite rédhibitoire. Une variante de cette méthode appelée *snapshot* POD est introduite par [Sirovich, 1987]. Elle consiste à utiliser seulement certains pas de temps – les clichés – pour créer la matrice \mathbf{Q}_α . Dans ce cas, les équations 4.1 et 4.2 sont alors remplacées par les suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_\alpha &= \mathbf{Q}_\alpha^T \cdot \mathbf{Q}_\alpha \\ \Psi_\alpha &= \mathbf{Q}_\alpha \cdot \mathbf{V}_\alpha \end{aligned}$$

4.2.3 Décomposition incrémentale

Un inconvénient supplémentaire des deux méthodes précédentes est que le fait d'ajouter des cas par après implique de réaliser de nouveau la décomposition sur l'entièreté des données. C'est pourquoi une méthode incrémentale [Ryckelynck et al., 2006] peut être adoptée.

Les résultats du problème éléments finis sont de nouveau enregistrés dans une matrice \mathbf{Q}_α (voir section 4.2.2). L'approche incrémentale de la décomposition aux valeurs singulières de \mathbf{Q}_α revient à considérer les colonnes de cette matrice les unes après les autres en commençant par la première afin de construire itérativement les matrices $\Psi_\alpha^{(n)}$, $\Phi_\alpha^{(n)}$ et $\Lambda_\alpha^{(n)}$, où n est le numéro de l'étape de décomposition. L'avantage de cette méthode est de pouvoir adapter une base réduite connue en tenant compte de nouveaux résultats de simulation. L'algorithme est présenté ci-dessous.

On note \underline{q}_{α_i} la $i^{\text{ème}}$ colonne de \mathbf{Q}_α . La première version de la décomposition (l'initialisation) est construite avec le résultat du premier incrément \underline{q}_{α_1} .

Initialisation

$$\begin{aligned}\Psi_\alpha^{(0)} &= \left[\frac{\underline{q}_{\alpha_1}}{\|\underline{q}_{\alpha_1}\|} \right] \\ \Phi_\alpha^{(0)} &= \left[\|\underline{q}_{\alpha_1}\| \right] \\ \Lambda_\alpha^{(0)} &= 1\end{aligned}$$

Itération

- Estimation en base réduite de \underline{q}_{α_i} avec la version n de la décomposition, trouver $\xi_{\alpha_i}^{(n)}$ minimisant :

$$\left\| \underline{q}_{\alpha_i} - \Psi_\alpha^{(n)} \cdot \underline{\xi}_{\alpha_i}^{(n)} \right\|$$

- Evaluation du résidu \underline{R}_α :

$$\underline{R}_\alpha = \underline{q}_{\alpha_i} - \Psi_\alpha^{(n)} \cdot \underline{\xi}_{\alpha_i}^{(n)}$$

- Adaptation de la base si $\|\underline{R}_\alpha\| > \epsilon_\alpha \|\underline{q}_{\alpha_i}\|$ (ϵ_α étant l'erreur sur les résidus, généralement 10^{-4}) :
 - Extension de la base :

$$\begin{aligned}\Psi_\alpha^{(n+1/2)} &= \left[\Psi_\alpha^{(n)}, \frac{\underline{R}_\alpha}{\|\underline{R}_\alpha\|} \right] \\ \Phi_\alpha^{(n+1/2)} &= \begin{bmatrix} \Phi_\alpha^{(n)} & \xi_{\alpha_i}^{(n)} \\ 0 & \|\underline{R}_\alpha\| \end{bmatrix} \\ \Lambda_\alpha^{(n+1/2)} &= \begin{bmatrix} \Lambda_\alpha^{(n)} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

- Sélection des évènements significatifs. On cherche les vecteurs propres associés aux valeurs propres significatives ($\mu_k > \epsilon_\mu \max_j(\mu_j)$, ϵ_μ valant généralement 10^{-8}) de $\Phi_\alpha^{(n+1/2)} \cdot \Phi_\alpha^{(n+1/2)T}$. On obtient la matrice des vecteurs propres de norme unité $\mathbf{V}^{(n+1/2)}$.

$$\begin{aligned}\Psi_\alpha^{(n+1)} &= \Psi_\alpha^{(n+1/2)} \cdot \mathbf{V}^{(n+1/2)} \\ \Phi_\alpha^{(n+1)} &= \mathbf{V}^{(n+1/2)T} \cdot \Phi_\alpha^{(n+1/2)} \\ \Lambda_\alpha^{(n+1)} &= \mathbf{I}_m\end{aligned}$$

où \mathbf{I}_m est la matrice identité dont la dimension correspond au nombre de colonnes de $\mathbf{V}^{(n+1/2)}$.

- S'il n'y a pas d'adaptation nécessaire :

$$\Phi_\alpha^{(n)} = \left[\Phi_\alpha^{(n)}, \xi_{\alpha_i}^{(n)} \right]$$

- Si $i < m$ alors traiter la colonne de \mathbf{Q}_α suivante.

A la fin du traitement incrémental les colonnes de $\Psi_\alpha^{(n)}$ sont normées à 1 et la valeur de leur norme est placée sur la diagonale de $\Lambda_\alpha^{(n)}$.

Les colonnes de \mathbf{Q}_α peuvent donc être représentées par une combinaison des colonnes de Ψ_α . Cette combinaison est donnée par le produit $\Lambda_\alpha^{(n)} \cdot \Psi_\alpha^T$.

Comme nous l'avons déjà précisé, cette méthode permet de traiter un nombre d'informations important mais surtout de fonctionner de manière itérative et donc d'être évolutive. En effet, dans le cas où une nouvelle dérive serait identifiée, il suffit d'ajouter les données correspondantes à la matrice existante pour calculer la nouvelle décomposition, en utilisant la précédente, ce qui permet d'être beaucoup plus efficace au niveau temps calcul.

4.3 Reconnaissance d'une perturbation

La méthode de décomposition présentée à la section précédente nous permet donc de représenter l'évolution temporelle des variables d'état à travers une combinaison de différents modes. La même méthodologie peut être appliquée sur p simulations pour lesquelles les conditions aux frontières auraient été modifiées. Nous définissons ici une *perturbation* comme étant une variation d'un paramètre du process. Plusieurs perturbations d'un même paramètre mais d'intensités variables forment une famille de perturbations que nous appellerons *dérive*. Une dérive peut donc être représentée par plusieurs perturbations d'un même paramètre. Dans cette section, le cas 0 correspond au cas nominal, non perturbé, les cas 1 à d aux différentes dérives.

Si tous les résultats de ces simulations sont accolés dans une même matrice \mathbf{Q} et que la décomposition est effectuée sur cette matrice, une base susceptible de représenter tous les états de ces simulations est obtenue. La figure 4.1 illustre l'espace obtenu pour une pièce quelconque. Chaque mode de déformation de cette pièce représente un axe de cet espace. Tous ces modes participent à un moment ou un autre à la forme finale de la pièce.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} \underbrace{q_{t_i}^{(0)} \dots q_{t_f}^{(0)}}_{\text{Cas nominal}} & \underbrace{q_{t_i}^{(1)} \dots q_{t_f}^{(1)}}_{\text{Perturbation (1)}} & \underbrace{q_{t_i}^{(2)} \dots q_{t_f}^{(2)}}_{\text{Perturbation (2)}} & \dots & \underbrace{q_{t_i}^{(p)} \dots q_{t_f}^{(p)}}_{\text{Perturbation (p)}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(0)} & \underbrace{{}^1\mathbf{q}^{(1)} \dots {}^1\mathbf{q}^{(3)}}_{\text{Dérive 1}} & \dots & \underbrace{{}^d\mathbf{q}^{(p-1)} \dots {}^d\mathbf{q}^{(p)}}_{\text{Dérive } d} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

En choisissant de faire varier certaines conditions aux frontières, nous pouvons supposer que certains modes seront relatifs à ce changement de conditions. Cependant, comme plusieurs modes (et non un seul) peuvent intervenir pour représenter cette variation, il convient de plutôt définir un *sous-espace* dans l'espace modal, sous-espace qui sera relié à une dérive. Cette méthodologie est présentée dans ce chapitre.

Un autre point important à notifier est que nous travaillons ici avec les écarts par rapport à un cas nominal. En effet, c'est la cause d'une *variation* par rapport au cas nominal qui est recherchée. Nous avons vu également dans le chapitre précédent que la prédiction exacte de

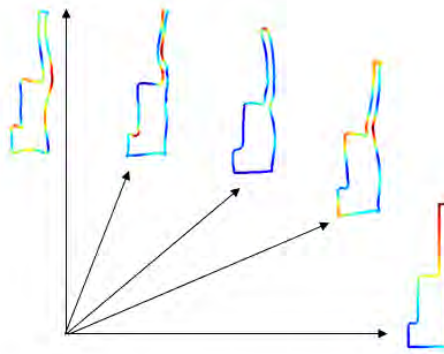


FIG. 4.1 – Représentation de la base modale. Chaque mode de la base est un axe de l'espace. La base est bien évidemment orthogonale.

la déformation par la simulation n'était pas chose aisée. Nous partons donc de l'hypothèse que, bien que la simulation du cas nominal ne corresponde pas tout à fait au cas nominal réel, les variations, elles, sont comparables, qu'elles soient déduites de la simulation ou mesurées réellement. Cela ne signifie pas que l'on peut complètement se dédouaner du recalage de la simulation par rapport au cas réel mais cela minimise le problème.

Avant tout, il est nécessaire de distinguer les modes qui vont composer une base *récurrente*, c'est-à-dire qui est commune à toutes les simulations, de ceux qui vont constituer une base *spécifique*, regroupant les modes relatifs aux variations. Comme précisé auparavant, seuls les déplacements sont maintenant utilisés.

Il est évident que l'information contenue dans la base récurrente est importante pour retrouver les résultats des simulations mais dans notre cas, on souhaite identifier les différences entre les simulations. Tout ce qui est commun peut donc être mis de côté.

4.3.1 Séparation des bases récurrente et spécifique

On cherche ici à créer deux catégories de modes : ceux qui sont récurrents et ceux qui sont spécifiques. Une manière de réaliser cela est de définir une « intensité » de chaque mode pour chaque simulation, ou plutôt de l'écart de cette simulation par rapport au cas nominal. Ainsi, lorsque la décomposition de toutes les simulations est réalisée et que les modes relatifs à toutes ces simulations accolées sont calculés, on définit, pour chaque perturbation, une valeur qui représente la prépondérance de chaque mode dans celle-ci. Un mode avec une grande intensité pour une perturbation sera donc fortement utilisé pour représenter l'écart de cette perturbation par rapport au nominal.

Par construction, la matrice Φ (la projection des résultats des simulations dans la base) est composée de la même façon que \mathbf{Q} :

$$\begin{aligned}
\Phi &= \left[\underbrace{\Phi_{t_i}^{(0)} \dots \Phi_{t_f}^{(0)}}_{\text{Cas nominal}} \underbrace{\Phi_{t_i}^{(1)} \dots \Phi_{t_f}^{(1)}}_{\text{Perturbation (1)}} \underbrace{\Phi_{t_i}^{(2)} \dots \Phi_{t_f}^{(2)}}_{\text{Perturbation (2)}} \dots \underbrace{\Phi_{t_i}^{(p)} \dots \Phi_{t_f}^{(p)}}_{\text{Perturbation (p)}} \right] \\
&= \left[\Phi^{(0)} \underbrace{{}^1\Phi^{(1)} \dots {}^1\Phi^{(3)}}_{\text{Dérive 1}} \dots \underbrace{{}^d\Phi^{(p-1)} \dots {}^d\Phi^{(p)}}_{\text{Dérive } d} \right]
\end{aligned}$$

Pour chaque perturbation (k) , les variations de la projection de celle-ci par rapport au nominal définissent un vecteur le long duquel la simulation s'est déplacée dans la base. Comme la simulation (0) est posée comme la simulation nominale, ces vecteurs sont définis comme suit, dans le sous-espace d'état relatif au modèle d'ordre réduit :

$$\Delta\Phi^{(k)} = \Phi^{(k)} - \Phi^{(0)} \quad k = 1 \dots p$$

Cela permet de minimiser le problème de recalage du modèle évoqué précédemment. Ce sont donc les différences par rapport à un cas nominal qui sont étudiées. Nous nous affranchissons ainsi de la nécessité d'avoir une simulation numérique qui représente exactement le process réel, donc de trouver des conditions aux limites parfaitement représentatives. Cependant, le comportement physique doit toujours être correctement modélisé puisque ce sont les dérivées de ce comportement qui sont observées.

Nous pouvons représenter ces écarts au cours du temps, c'est-à-dire tout au long de la simulation. Le graphique de la figure 4.2 donne un exemple d'évolution pour deux perturbations. Ces écarts au cours du temps vont nous permettre de définir les intensités de chaque mode pour les différentes perturbations.

Un coefficient $\gamma_j^{(k)}$ caractérisant l'intensité d'un mode j pour une perturbation (k) par rapport au nominal est défini à l'équation suivante (l'indice i correspond au pas de temps).

$$\gamma_j^{(k)} = \sum_i \left(\Delta\Phi_{ji}^{(k)} \right)^2 \quad k = 1 \dots p$$

Ces coefficients peuvent être rassemblés dans une matrice d'intensité $\mathbf{\Gamma}$, dont chaque colonne est relative à une perturbation, donc à un changement de conditions aux frontières, et chaque ligne à un mode.

La manière d'obtenir ces intensités est illustrée à la figure 4.3. La première colonne de la matrice $\mathbf{\Gamma}$ est relative à la première perturbation. Les carrés de toutes les composantes suivant le premier mode (en rouge) des écarts à chaque pas de temps sont sommés pour obtenir l'intensité du premier mode pour la première perturbation (la première ligne de la première colonne). Les sommes sur les autres composantes remplissent les lignes suivantes. Comme seul le mode rouge est utilisé, les autres intensités sont nulles. Le même calcul est réalisé pour la seconde perturbation. Là, les intensités des modes rouge et bleu sont non-nulles. Par rapport à la perturbation (1), l'intensité du mode rouge de la perturbation (2) est moins élevée car ce mode a été moins utilisé.

Les intensités de chaque mode sont bien évidemment normées pour pouvoir les comparer entre elles. La figure 4.4 donne un exemple de résultat obtenu. Il est clair que certains modes

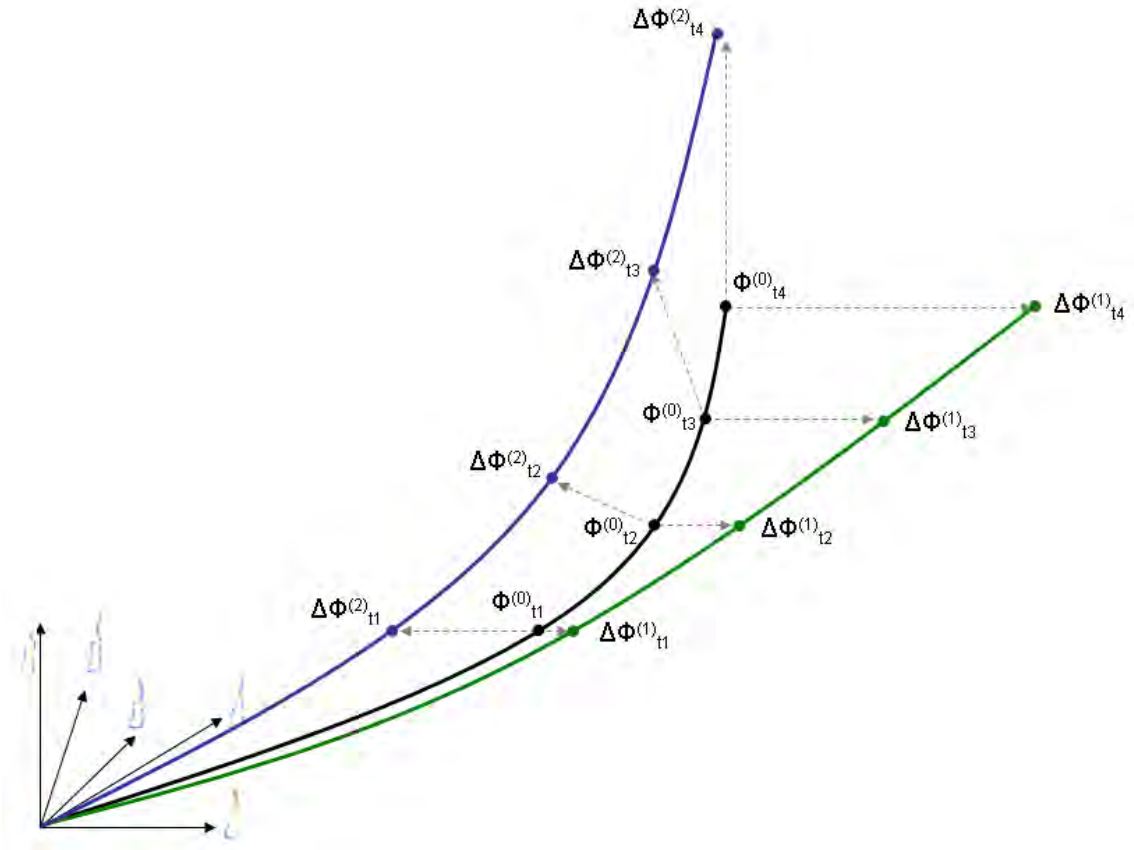


FIG. 4.2 – Représentation de l'évolution temporelle de deux perturbations (1 et 2) et du cas nominal au cours du temps dans l'espace modal. Les écarts $\Delta\Phi^{(k)}$ vont permettre de calculer les intensités de chaque mode.

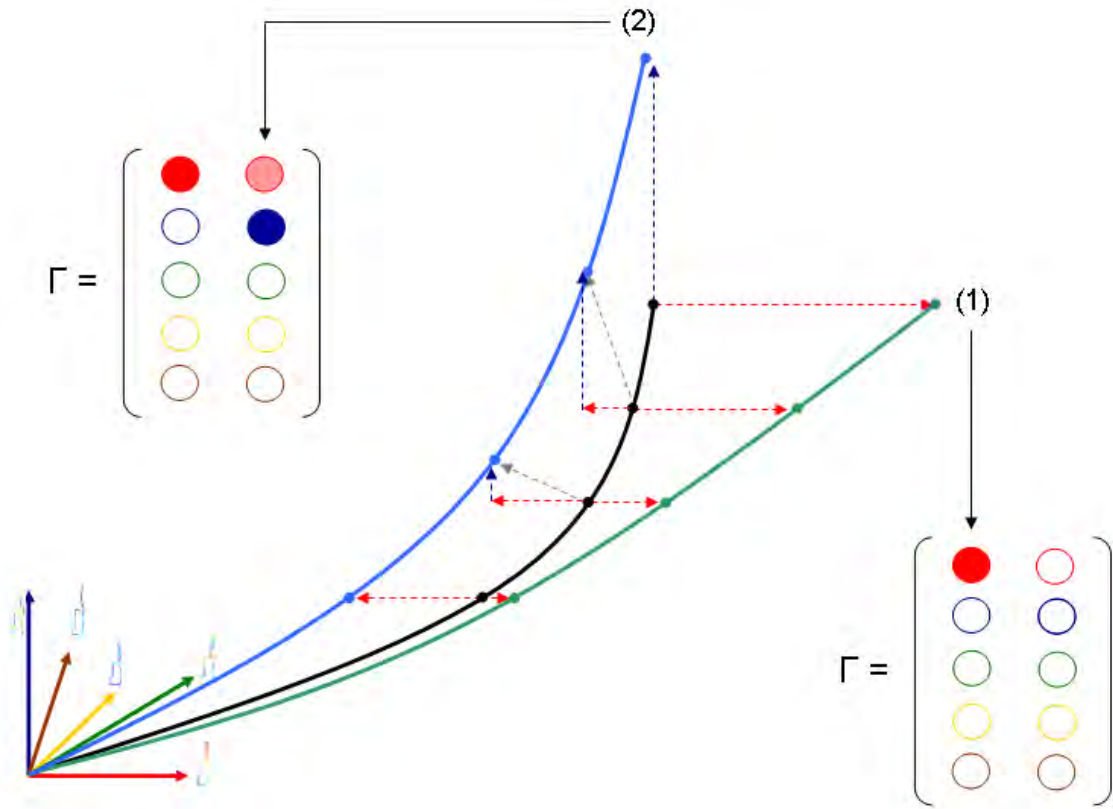


FIG. 4.3 – Représentation du calcul de l'intensité des modes pour chaque perturbation. Chaque mode (et ligne de la matrice Γ) a une couleur dédiée. L'intensité de la couleur des pastilles est liée à celle du mode pour la perturbation considérée.

apparaissent comme étant spécifiques à certaines dérives.

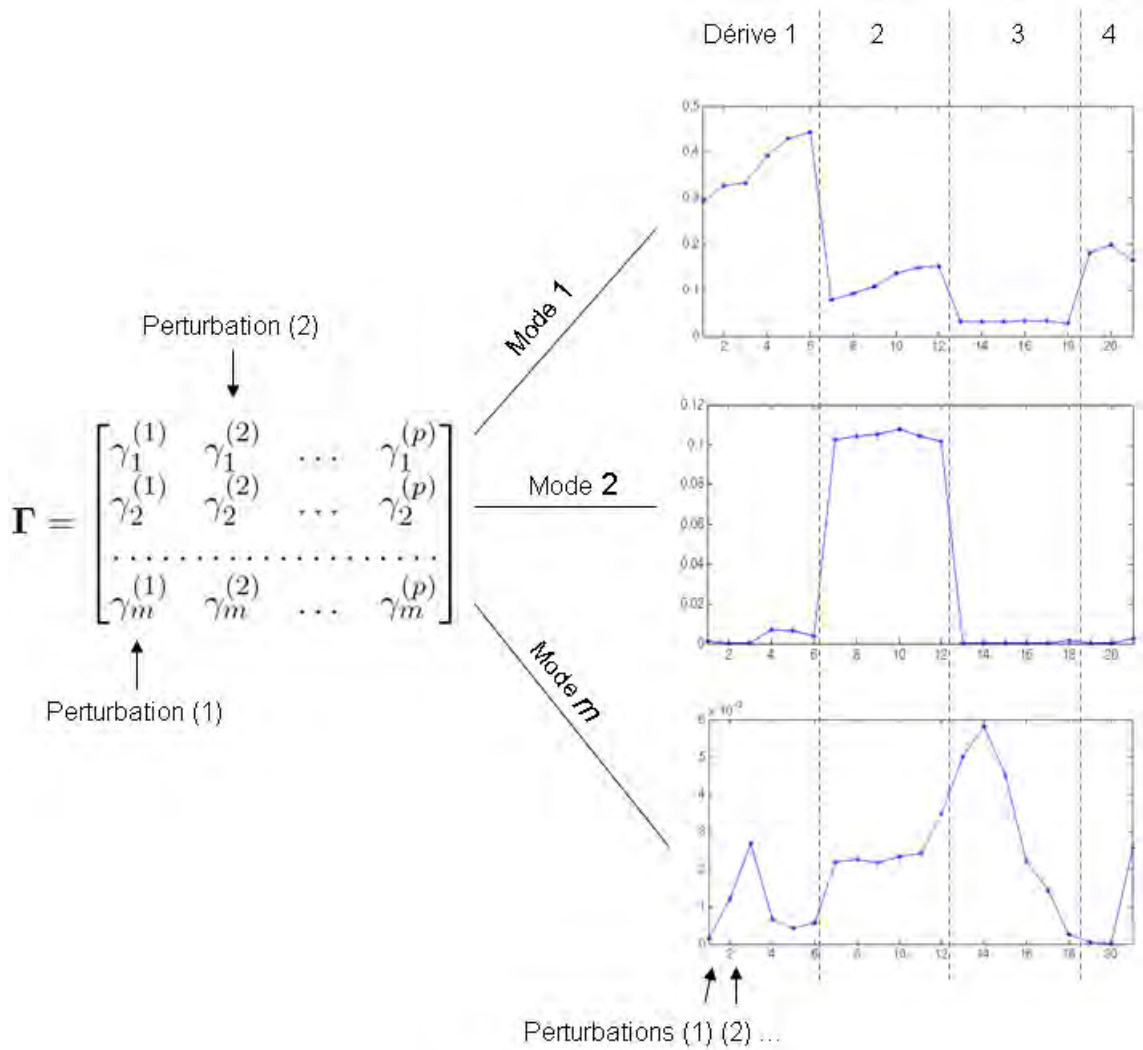


FIG. 4.4 – Représentation de la matrice des intensités. Chaque ligne est relative à un mode j tandis que chaque colonne est relative à une perturbation (k). Plusieurs perturbations peuvent appartenir à un même type de dérive.

Cela est réalisé en comparant la dispersion σ_m des moyennes des intensités des dérives avec la moyenne $\bar{\sigma}_d$ des dispersions intrinsèques à chaque dérive, et ce pour chaque mode j . Ce critère est illustré à la figure 4.5. Pour cet exemple, le mode 2 présente un palier bien distinct pour la dérive de type 2. Nous pouvons donc dire que, pour ce mode, seule la dérive 2 aura tendance à se déplacer dans cette direction. Ce mode sera donc utile pour distinguer une dérive de type 2. Plus les paliers d'intensités seront marqués et plus les modes seront spécifiques. Ainsi, le mode 1 pourra également être considéré comme spécifique. Bien que toutes les perturbations se déplacent dans cette direction, chacune le fait d'une quantité à peu près équivalente pour une même dérive. Enfin, le dernier mode, le mode m est utilisé de manière quasi équivalente par chaque type de dérive, il sera donc considéré comme récurrent.

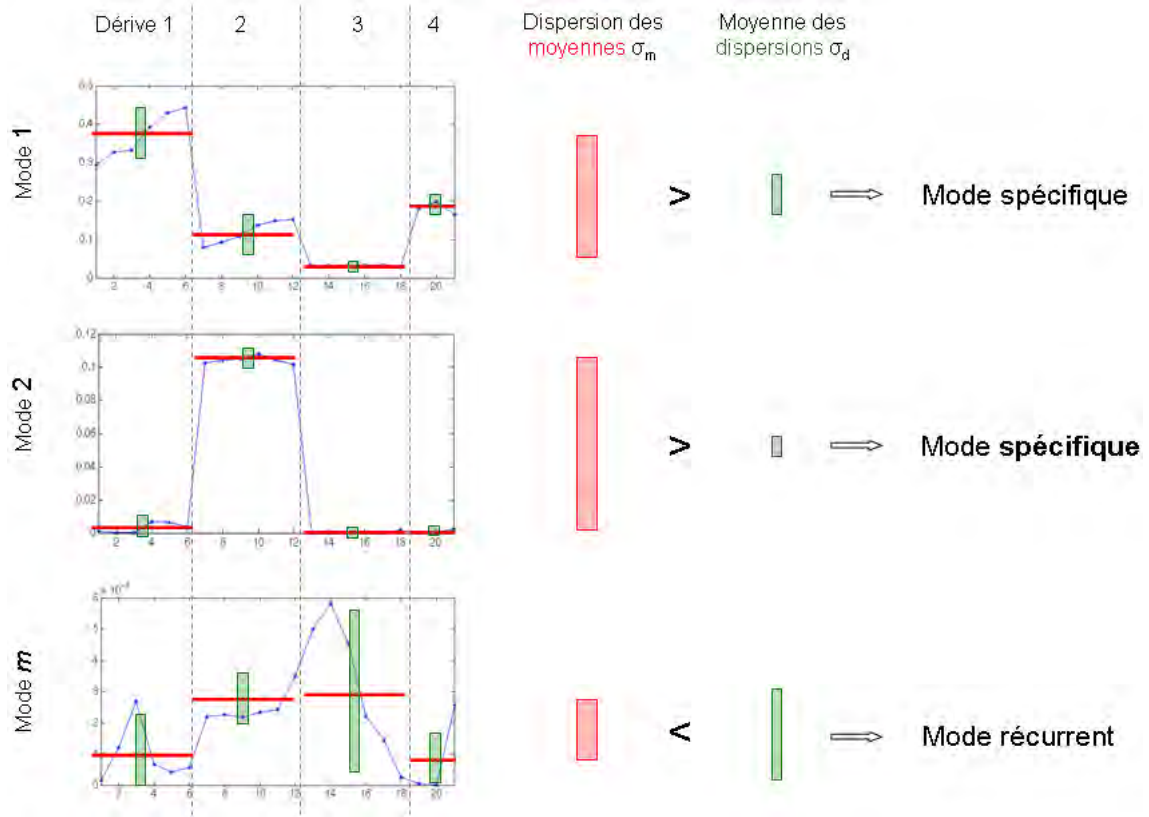


FIG. 4.5 – Illustration du critère de séparation. La comparaison entre la dispersion des moyennes des intensités et la moyenne des dispersions intrinsèques permet de définir si le mode est récurrent ou spécifique.

Il est utile d'introduire un critère $\alpha \in]0, 1]$ de récurrence du mode qui définit la frontière entre base récurrente Ψ_r et spécifique Ψ_s de la manière suivante :

Si $\bar{\sigma}_{dj} < \alpha \sigma_{mj}$, alors le mode j est spécifique

Sinon, le mode j est récurrent.

La séparation de la base modale en bases récurrente et spécifique évolue évidemment en fonction de la valeur de ce paramètre α selon un principe de vases communicants : au plus α augmente et au plus des modes considérés alors comme récurrents deviendront spécifiques. Le compromis idéal étant un nombre suffisant de modes pour différencier correctement toutes les dérives sans être pollué par des modes qui seraient communs à toutes les simulations. Evidemment, il serait approprié de définir un critère de décision permettant de choisir les modes spécifiques qui vont constituer la base la plus efficace. Le chapitre 4.3.3 propose un tel critère.

Une fois cette base spécifique Ψ_s isolée, les résultats des simulations y sont projetés pour trouver Φ_s , en minimisant $\|\Psi_s \cdot \Phi_s - Q\|$. Ces coefficients Φ_s sont donc ceux qui permettent

au mieux de représenter les résultats des simulations à partir de la base spécifique.

4.3.2 Définition des sous-espaces

Maintenant que les modes spécifiques ont été sélectionnés et que les résultats sont représentés dans cette base, nous allons définir des sous-espaces, chacun relié à une dérive particulière. Pour ce faire, nous travaillons non plus avec les résultats à tous les pas de temps mais seulement avec l'état *final* de la perturbation (voir figure 4.6)

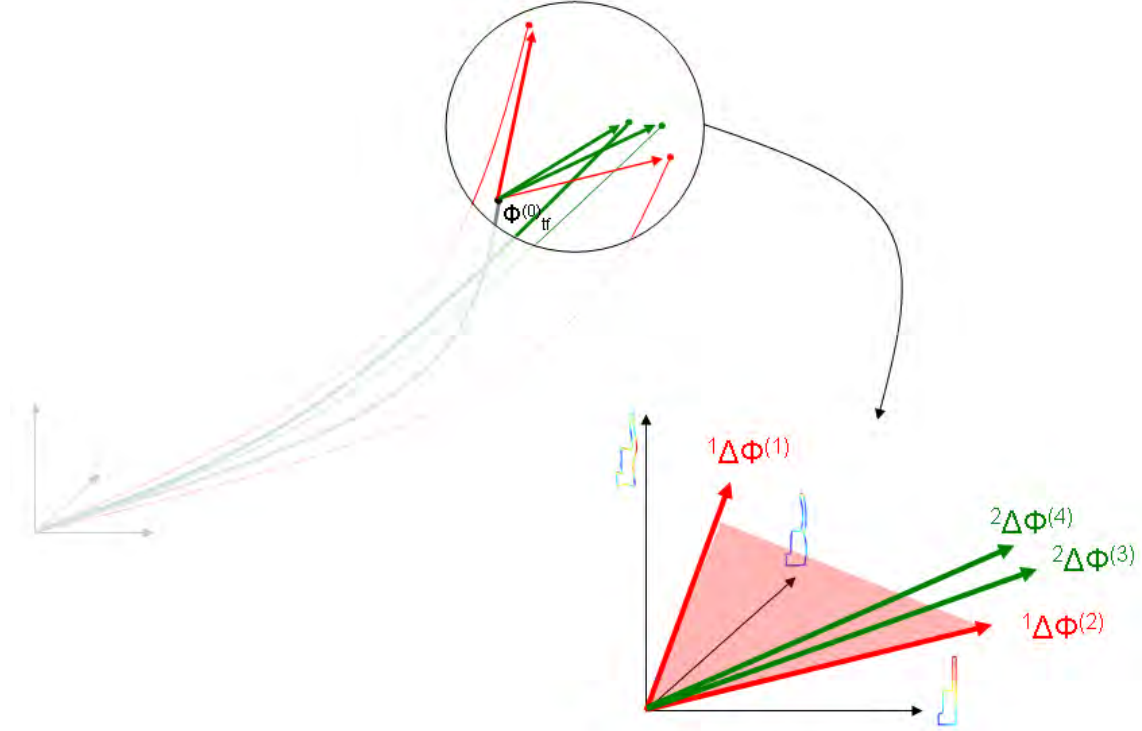


FIG. 4.6 – Les écarts *finaux* sont utilisés pour définir des sous-espaces liés aux dérives. Quatre écarts sont représentés, appartenant à deux dérives : $^1\Delta\Phi^{(1)}$ et $^1\Delta\Phi^{(2)}$ font partie de la dérive 1 tandis que $^2\Delta\Phi^{(3)}$ et $^2\Delta\Phi^{(4)}$ sont reliées à la dérive 2.

Evidemment, il ne sert à rien de garder plusieurs vecteurs presque identiques. C'est pourquoi une POD est de nouveau effectuée sur ces vecteurs pour en retirer l'information principale et supprimer les directions redondantes. Ainsi, une dérive n est maintenant représentée par un sous-espace $^n\mathbf{V}$ dans la base spécifique (figure 4.7). De plus, les valeurs propres de chaque vecteur donnent une information utile sur la prépondérance de ceux-ci.

4.3.3 Choix d'une base spécifique adaptée à la reconnaissance

Nous avons introduit en fin de chapitre 4.3.1 un paramètre α permettant d'ajuster la séparation des bases. L'introduction des sous-espaces liés aux dérives de la section précédente permet de quantifier la pertinence de cette séparation. En effet, en mesurant la corrélation entre les différents sous-espaces, nous sommes capables d'identifier la base spécifique dans laquelle les sous-espaces sont les plus décorrélés les uns des autres et donc les plus à mêmes

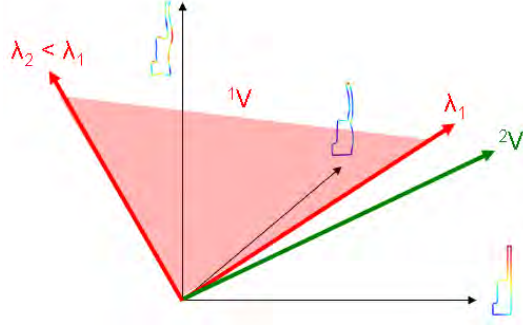


FIG. 4.7 – La décomposition modale permet de représenter les sous-espaces 1V et 2V de manière synthétique et de supprimer les directions redondantes. Les valeurs propres λ_1 et λ_2 permettent d'identifier les axes les plus significatifs.

de distinguer les dérives entre elles.

La figure 4.8 donne un exemple de l'évolution de la base spécifique ainsi que la corrélation entre les différents sous-espaces liés aux dérives en fonction de la valeur de α . Pour $\alpha < 0.1$, la base spécifique comporte 0 ou 1 mode et tous les sous-espaces sont donc identiques (la corrélation vaut 1). Au fur et à mesure que α augmente, la base spécifique compte de plus en plus de modes et, dans ce cas, les sous-espaces sont de plus en plus décorrélés.

4.3.4 Identification d'une cause de perturbation

Ces sous-espaces dans la base définissent chacun une zone liée à une dérive. Mais il est clair que tout le sous-espace n'est pas lié à la dérive. Il convient donc de délimiter cette zone. Ceci est réalisé en utilisant les valeurs propres de chaque vecteur. Un vecteur avec une valeur propre importante sera donc privilégié. La zone créée ressemble donc à un hyper-cône¹, ou plutôt un double hyper-cône (puisque les écarts peuvent être positifs ou négatifs), ce qui est représenté à la figure 4.9.

Tous les écarts par rapport au nominal qui sont proches de ce double hyper-cône seront donc à imputer à la dérive associée. Le principe est de créer une direction dans chaque hyper-cône et de trouver celle qui se rapproche le plus du nouveau résultat pour identifier la cause de la dérive.

Soit \underline{q}_{t_f} les déplacements à l'état *final* d'une pièce, provenant soit d'une simulation soit d'une mesure expérimentale. La projection $\underline{\Phi}_{t_f}$ de cet état final dans la base spécifique est toujours trouvée en minimisant $\left\| \underline{\Psi}_s \cdot \underline{\Phi}_{t_f} - \underline{q}_{t_f} \right\|$. L'écart par rapport au résultat final nominal est :

$$\underline{\Delta\Phi}_{t_f} = \underline{\Phi}_{t_f} - \underline{\Phi}_{t_f}^{(0)}$$

¹Dans notre cas, un hyper-cône $C(P, \theta)$ pour un point P et un angle θ donnés est défini comme suit : soit l'origine de l'hyper-cône $C(P, \theta)$ confondue avec l'origine de l'espace $\underline{\Psi}$. Soit P un point dans $\underline{\Psi}$ qui ne soit pas l'origine. Chaque point P' de l'hyper-cône $C(P, \theta)$ satisfait $\text{angle}(P', P) \leq \theta$.

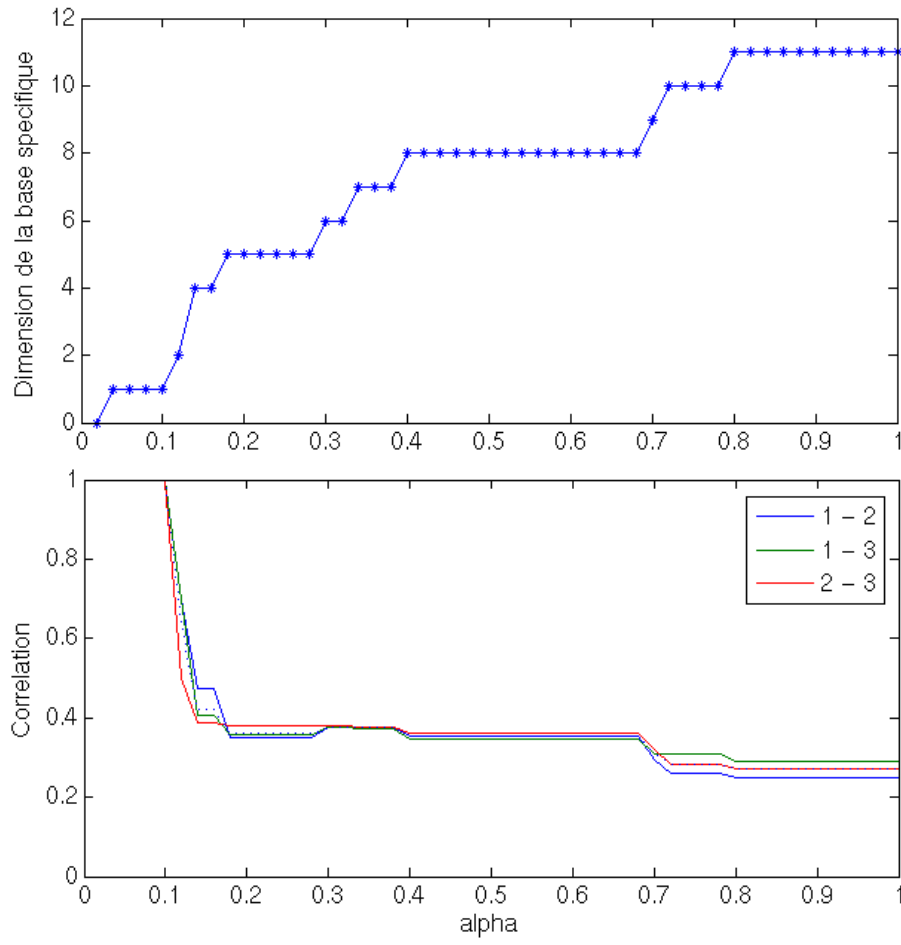


FIG. 4.8 – Evolution du nombre de modes composant la base spécifique ainsi que les corrélations entre trois sous-espaces liés aux dérivés 1, 2 et 3 en fonction du paramètre α .

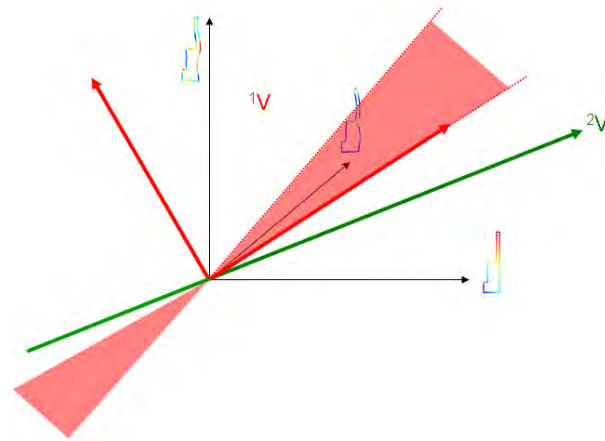


FIG. 4.9 – Représentation des hyper-cônes liés aux dérivés 1 et 2. L'hyper-cône lié à la dérivée 2 est une droite.

A noter que selon la provenance des résultats, la valeur $\underline{\Phi}_{t_f}^{(0)}$ est obtenue par la projection du résultat final soit de la simulation soit de l'essai nominal.

Nous cherchons donc à trouver une distance minimale ${}^n\delta$, contenue dans le double hyper-cône, entre un point dans l'espace (l'écart d'une mesure par rapport au cas nominal) et une direction dans un sous-espace lié à une dérive n :

$${}^n\delta = \min_{\underline{\beta}} \left\| \underline{\Delta\Phi}_{t_f} - {}^n\underline{\beta} \cdot {}^n\mathbf{V} \right\|$$

où le vecteur $\underline{\beta}$ contient les composantes de la direction dans chaque sous-espace. Celui-ci se calcule comme suit :

$${}^n\underline{\beta} = ({}^n\mathbf{V}^T \cdot {}^n\mathbf{V})^{-1} \cdot {}^n\mathbf{V}^T \cdot \underline{\Delta\Phi}_{t_f}$$

Les composantes de $\underline{\beta}$ sont volontairement bornées entre β_{min} et β_{max} afin de limiter l'extrapolation. De plus, ces bornes sont elles-mêmes pondérées par les valeurs propres de chaque vecteur afin de réaliser l'hyper-cône décrit précédemment :

$${}^n\beta_i \in \left[\beta_{min} \sqrt{{}^n\lambda_i}, \beta_{max} \sqrt{{}^n\lambda_i} \right]$$

Ceci est illustré sur la figure 4.10. L'écart d'une mesure par rapport au nominal est représenté dans l'espace modal. Ensuite, dans chaque sous-espace, une direction est créée, de telle sorte qu'elle se rapproche au plus possible de l'écart. Dans ce cas, l'écart mesuré sera à imputer à une dérive de type 1 puisque la distance ${}^1\delta$ est la plus petite.

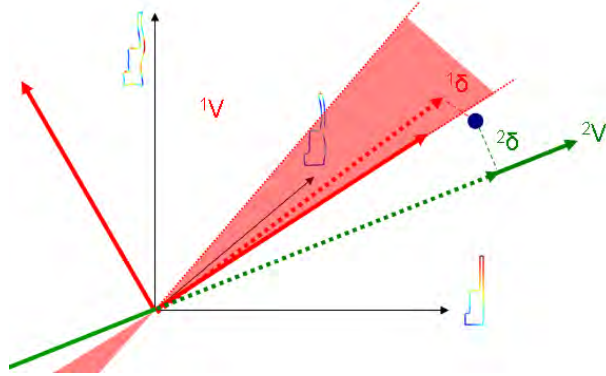


FIG. 4.10 – Représentation de l'écart (point bleu) d'une mesure par rapport au nominal et calcul des distances ${}^1\delta$ et ${}^2\delta$ par rapport aux directions contenues dans les hyper-cônes des sous-espaces ${}^1\mathbf{V}$ et ${}^2\mathbf{V}$.

4.4 Application de la méthode

Dans un premier temps, nous avons validé la méthode décrite précédemment de manière numérique. Un cas nominal virtuel est choisi arbitrairement. Plusieurs perturbations de ce cas sont simulées. Une partie de ces perturbations sert à construire la base modale, le reste est

projeté sur cette base afin de vérifier si les perturbations sont bien reconnues par la méthode.

Dans un second temps, nous avons appliqué cette même méthodologie à un cas réel. Plusieurs lots d'éprouvettes sont passés au traitement thermique en modifiant certains paramètres du process. Chaque traitement est également modélisé et les résultats des simulations employés pour créer la base modale. Les éprouvettes réelles sont ensuite projetées sur cette base modale pour en identifier les causes de dérive.

4.4.1 Définition d'une éprouvette de travail

Avant d'appliquer cette méthode sur la géométrie compliquée d'un engrenage, nous avons choisi de travailler avec une éprouvette plus simple à fabriquer et à mesurer. De plus, celle-ci, initialement utilisée par [Lasserre et Henault, 1997] puis par [Claudinon, 2000], a été dessinée en vue de mettre en évidence les déformations. Elle est représentée à la figure 4.11. Etant donné l'axisymétrie de cette pièce, seule une section radiale sera étudiée. De plus, la mesure du déplacement de l'éprouvette ne se fait que sur le périmètre de cette section.

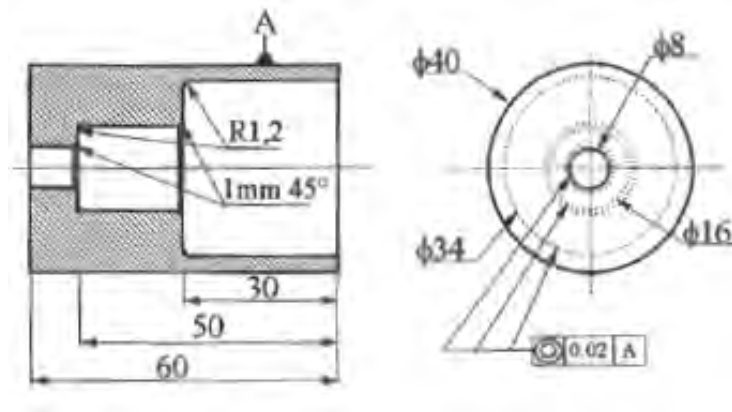


FIG. 4.11 – Plan de l'éprouvette utilisée ([Lasserre et Henault, 1997]).

4.4.2 Validation numérique

Pour se mettre dans des conditions proches de la réalité, les simulations utilisées pour créer la base modale et celles projetées sur cette base ne sont pas identiques. De plus, le cas nominal utilisé est également différent dans ces deux situations afin de simuler un calcul qui ne serait pas correctement recalé par rapport au process réel.

Trois dérives vont être analysées lors de cette validation :

- une variation de l'activité en carbone a_c de l'atmosphère de cémentation,
- une modification du coefficient de transfert h^* sur la face inférieure de l'éprouvette,
- une variation de la température de trempe T .

Etant donné que nous comparons des simulations entre elles, les conditions aux frontières ont ici peu d'importance. Nous avons donc repris celles de la section 3.3, excepté pour la

diffusion de l'azote, qui n'est plus modélisée, et le coefficient de transfert h lors de la trempe, qui est fixé à $1500 \frac{W}{m^2K}$ sur tout le pourtour de l'éprouvette.

4.4.2.1 Valeurs des paramètres modifiés pour la création de la base modale

Toutes les valeurs des paramètres utilisées pour réaliser les simulations relatives à la création de la base modale sont reprises à la figure 4.12. Le cas nominal $\Phi^{(0)}$ est encadré sur cette figure. En tout, 13 simulations sont effectuées, avec à chaque fois la variation d'un seul paramètre par rapport au cas nominal.

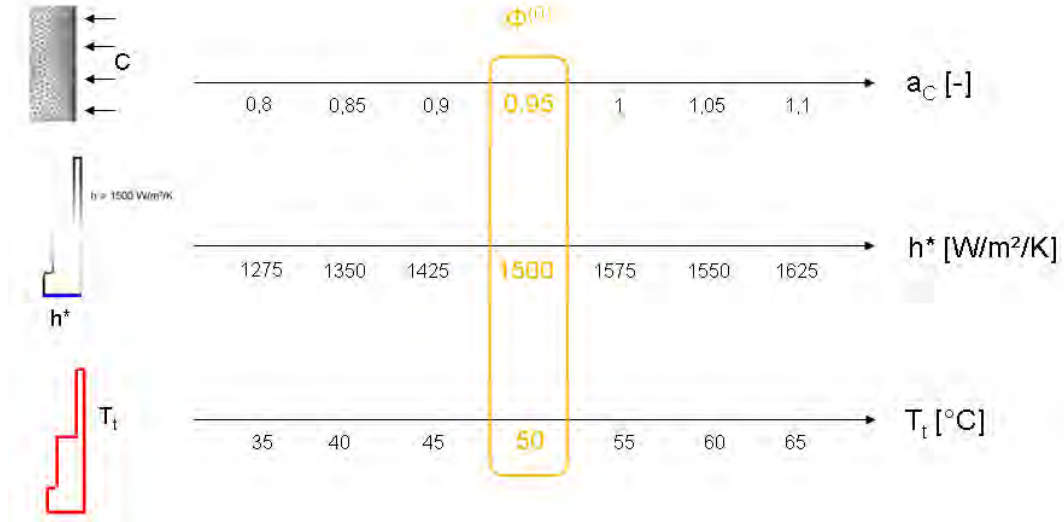


FIG. 4.12 – Variations des paramètres des simulations utilisées pour créer la base modale. Le cas nominal est encadré.

4.4.2.2 Valeurs des paramètres modifiés pour la projection des simulations

De la même façon, 19 simulations sont ensuite réalisées, en comptant le cas nominal $\Phi_{tf}^{(0)}$ qui servira de référence (en jaune sur la figure 4.13). En quelque sorte, ce dernier représente un process virtuel dans ses conditions normales, qui serait légèrement différent de celui simulé pour la base modale, de par les erreurs inévitables de recalage. Les variations de ce cas sont choisies de manière totalement arbitraire.

4.4.2.3 Base modale et sous-espaces associés aux dérives

Des simulations décrites au point 4.4.2.1, une trentaine de cartes de déplacements sont sélectionnées. Le pas de temps entre chaque carte est bien évidemment plus petit au début (puisque les modifications géométriques sont alors importantes) puis augmente par la suite. La base qui résulte de la décomposition de ces simulations comporte onze modes, ceux-ci étant représentés à la figure 4.14. A noter que dans ce cas, le paramètre ϵ_μ permettant de sélectionner les modes significatifs vaut 10^{-5} afin de supprimer les modes relatifs au bruit. Un exemple de ces modes est donné à la figure 4.15.

Les intensités correspondantes sont représentées à la figure 4.16, ce qui permet de sélectionner différents modes spécifiques. Cette sélection est fonction du critère de séparation α défini précédemment. Sur la même figure 4.14, les modes les plus spécifiques sont encadrés en trait

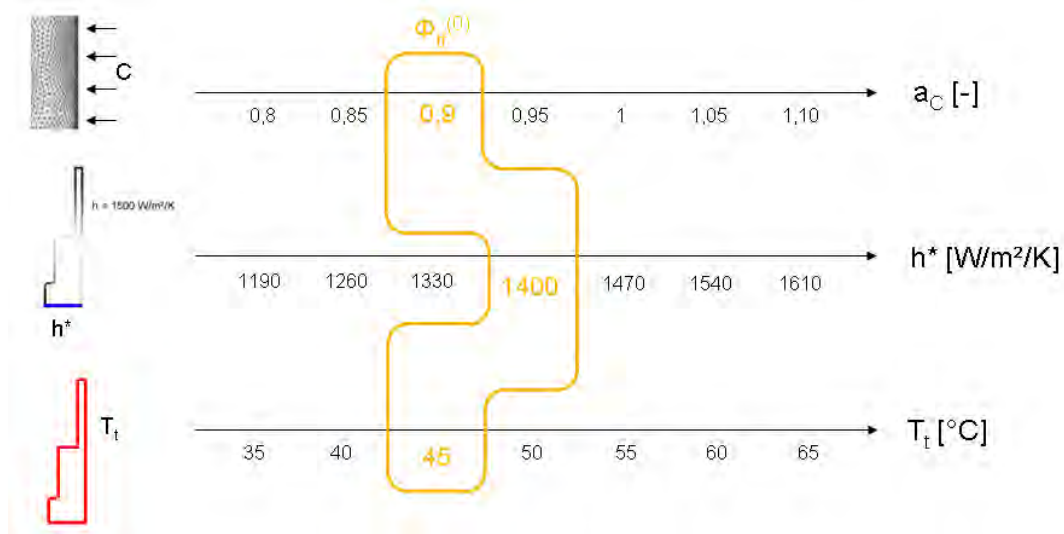


FIG. 4.13 – Variations des paramètres des simulations à projeter dans la base modale. Le cas représentant le process nominal est encadré.

plein puis de plus en plus estompé au fur et à mesure que cette spécificité diminue. L'échelle est purement indicative étant donné qu'un facteur d'amplification a été utilisé pour la représentation. Il est très difficile de lier une quelconque signification physique à ces modes. Juste peut-on associer le premier mode à une dilatation de l'éprouvette. Le fait que ce soit le mode le plus significatif indique que la différence la plus flagrante entre les simulations est la dilatation (ou contraction) des éprouvettes au cours de la trempe.

Dans notre cas, les six vecteurs liés à chaque perturbation et représentant l'état final de l'éprouvette permettent de définir des sous-espaces liés aux dérives. La corrélation entre ces sous-espaces est représentée ci-dessous (figure 4.17). Dans ce cas, nous pouvons observer que la séparation en base récurrente et spécifique apporte déjà des résultats probants pour des valeurs de α supérieure à 0,2. La corrélation entre les sous-espaces obtenus est minimale pour une base comprenant tous les modes mais nous verrons par après que cela ne change rien au nombre de perturbations reconnues.

4.4.2.4 Projection des simulations dans la base modale

Comme nous pouvions le deviner de par le graphique précédent (figure 4.17), la reconnaissance des perturbations est efficace dès que la base spécifique atteint un nombre de modes décent (voir figure 4.18). Il est clair que pour reconnaître trois dérives, il faut au minimum le même nombre de modes. C'est pourquoi les résultats pour un nombre de modes inférieur à trois sont grisés. Comme un mode n'est ici pas spécialement dédié à une dérive, la reconnaissance n'est pleinement efficace qu'à partir de cinq modes, ce qui est déjà remarquable comparé aux onze modes qui seraient nécessaires en utilisant une base complète. Nous n'observons pas de lien fort entre le nombre de perturbations reconnues et la corrélation des sous-espaces entre eux.

Cela est d'autant plus remarquable que les cartes de déplacements projetés sont extrêmement semblables entre elles (voir figure 4.31). De plus, seules les informations concernant le

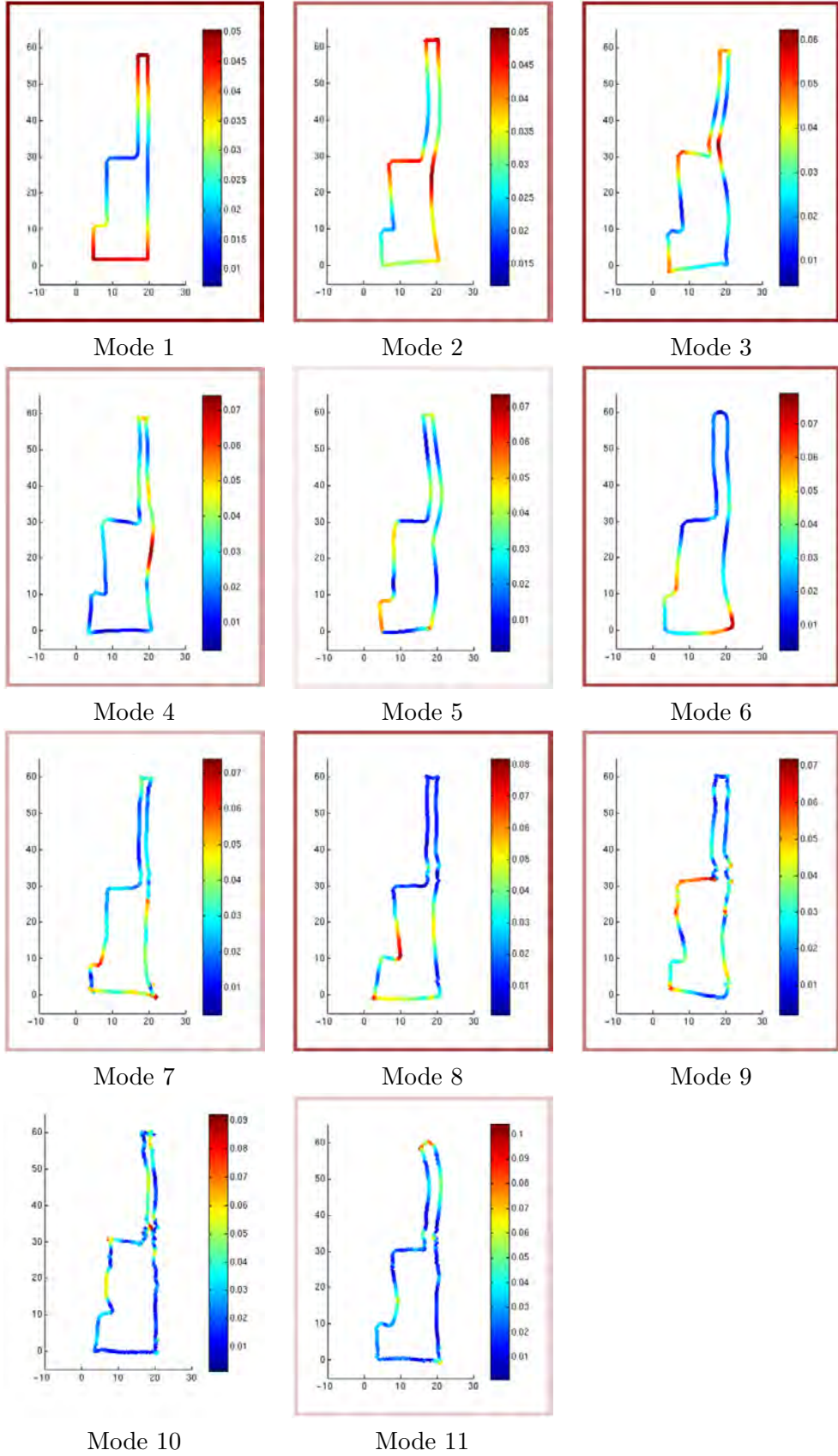


FIG. 4.14 – Modes complets résultant de la décomposition modale des simulations. Les modes les plus spécifiques sont encadrés en trait plein.

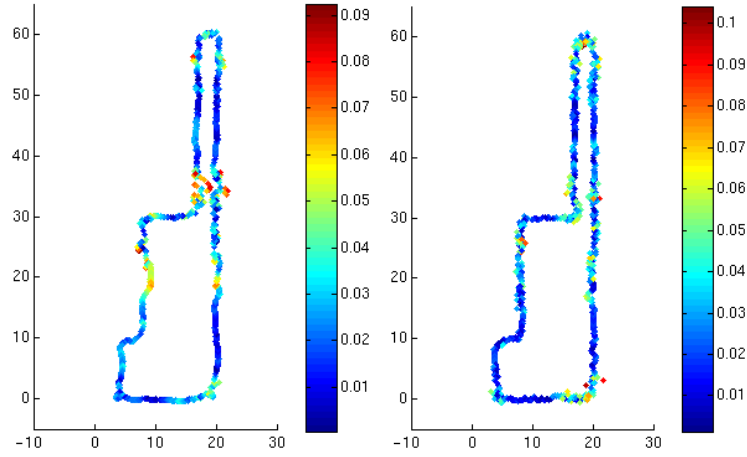


FIG. 4.15 – Exemple de modes relatifs au bruit.

périmètre sont utilisées.

On pourrait objecter que prendre les cinq premier modes de la base totale (donc ceux ayant les valeurs propres les plus élevées) amèneraient au même résultat mais il n'en est rien. En effet le graphique précédent montre également qu'en prenant simplement ces premiers modes (les modes significatifs), les résultats sont moins bons qu'en sélectionnant le même nombre de modes spécifiques. Pour ce cas, la différenciation des modes selon un critère adapté au problème permet donc d'avoir un avantage par rapport à une sélection uniquement basée sur la valeur propre du mode.

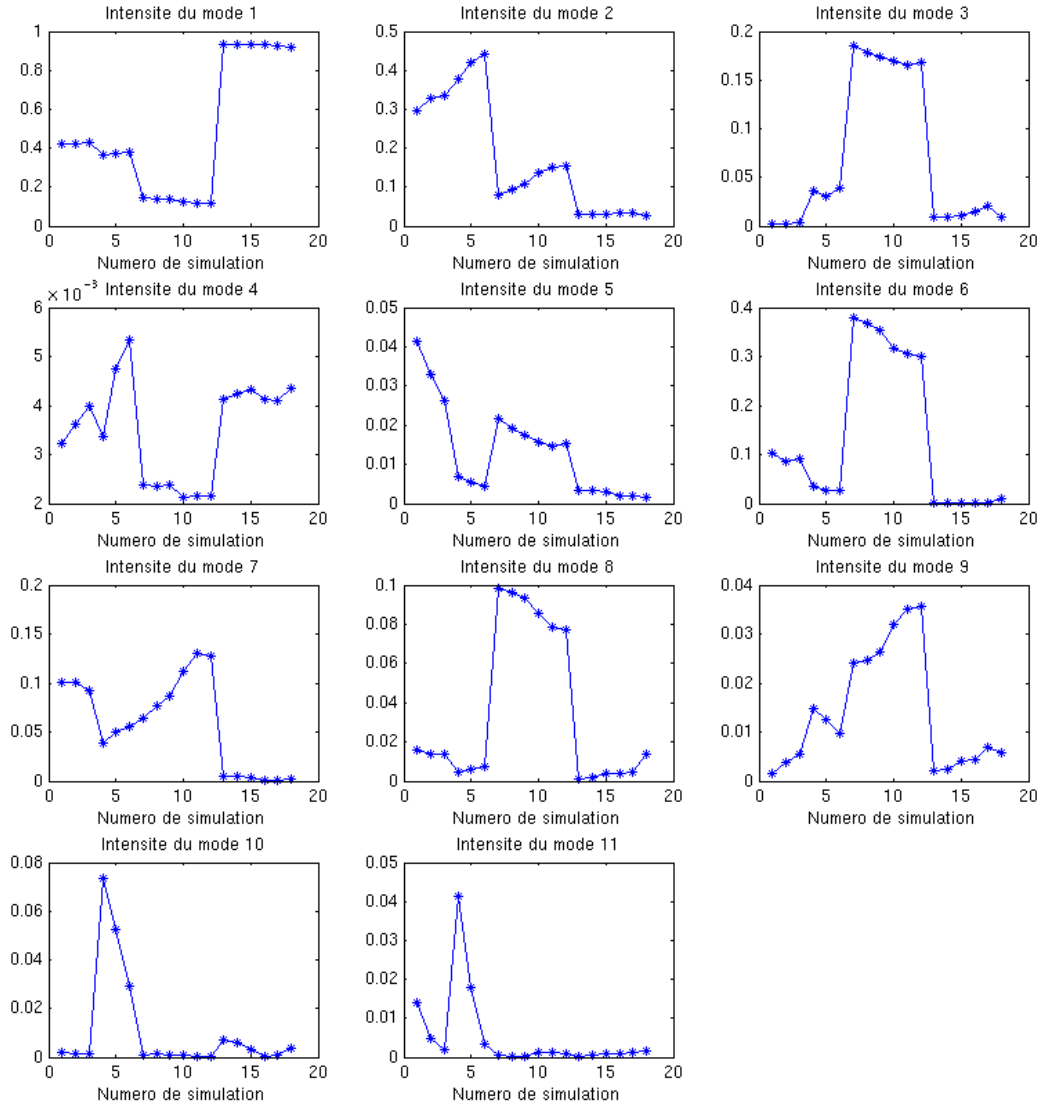


FIG. 4.16 – Intensités des différents modes pour chaque perturbation.

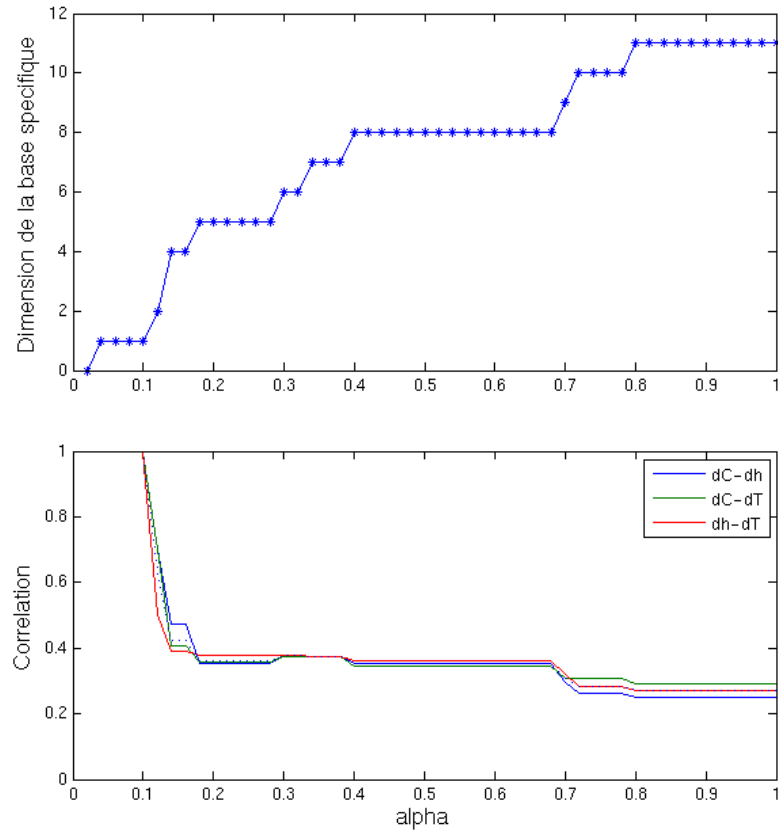


FIG. 4.17 – Evolution de la corrélation entre les différents sous-espaces (en bas) et du nombre de modes présents dans la base spécifique (en haut) en fonction de α .

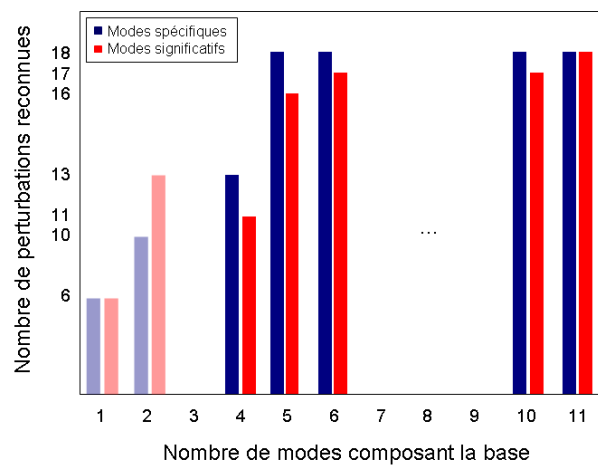


FIG. 4.18 – Nombre de perturbations reconnues en utilisant soit les premiers modes spécifiques (en bleu), soit les premiers modes significatifs (en rouge).

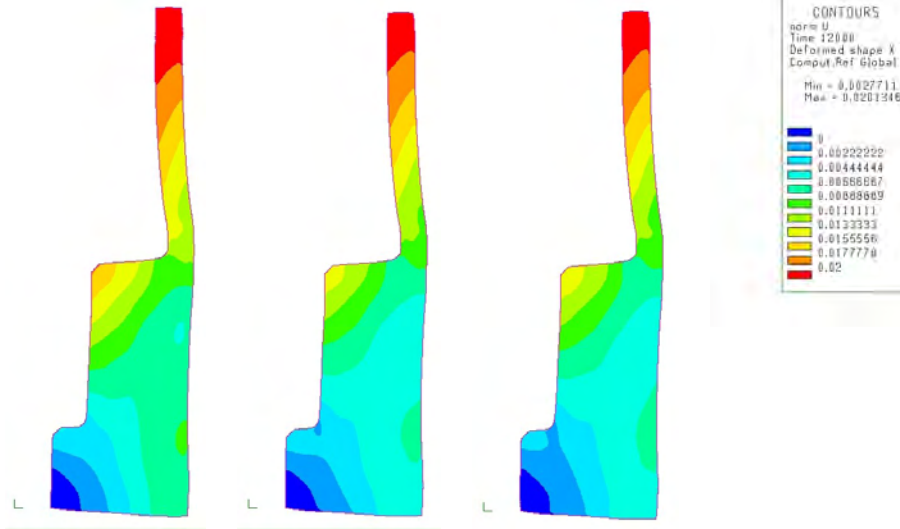


FIG. 4.19 – Exemples de cartes de déplacements obtenues en fin de trempe pour les cas avec, de gauche à droite, $a_c = 0.8$, $h^* = 1610 \frac{W}{m^2K}$ et $T = 65^\circ C$. L'échelle est identique dans les trois cas.

4.4.2.5 Reconnaissance de dérives perturbées

Afin de se rapprocher encore plus d'un cas réel, nous avons additionné une composante bruitée aléatoire aux déplacements projetés sur la base (voir figure 4.20). Cette composante est calculée en multipliant le déplacement maximal observé sur l'ensemble des cartes de déplacement par une constante ν . Une dérive supplémentaire a également été ajoutée, en modifiant le module de Young du matériau. Cela n'est pas spécialement relatif à une dérive observée en réalité mais permet de compliquer encore la reconnaissance. Il y a donc maintenant quatre perturbations de plus projetées sur la base. En plus de cela, les cas choisis pour composer cette dernière sont systématiquement des perturbations provoquées par un écart de paramètre inférieur à celui relatif aux cas projetés.

La figure 4.21 illustre le nombre de dérives reconnues en fonction de l'amplitude du bruit additionné. Etant donné que le bruit ajouté est aléatoire, cinq reconnaissances ont été lancées pour chaque valeur de ν . La moyenne du nombre de perturbations reconnues ainsi que l'écart-type sont représentés.

Nous pouvons observer une reconnaissance quasi parfaite pour une valeur de ν de 0,1 et qui reste performante jusqu'à 0,2. Les fluctuations deviennent plus importantes à partir de 0,3.

4.4.3 Application à un cas expérimental

Afin d'appliquer cette méthode à un cas réel, nous avons réalisé les éprouvettes détaillées ci-dessus et avons provoqué volontairement des perturbations du traitement thermique. Ainsi, quatre lots de cinq échantillons ont été traités, en modifiant à chaque fois certains paramètres du process. En parallèle, des simulations numériques représentant au mieux les différents cas ont été lancées. Les éprouvettes ont ensuite été mesurées et le résultat de ces mesures a été projeté dans la base modale pour identifier la perturbation.

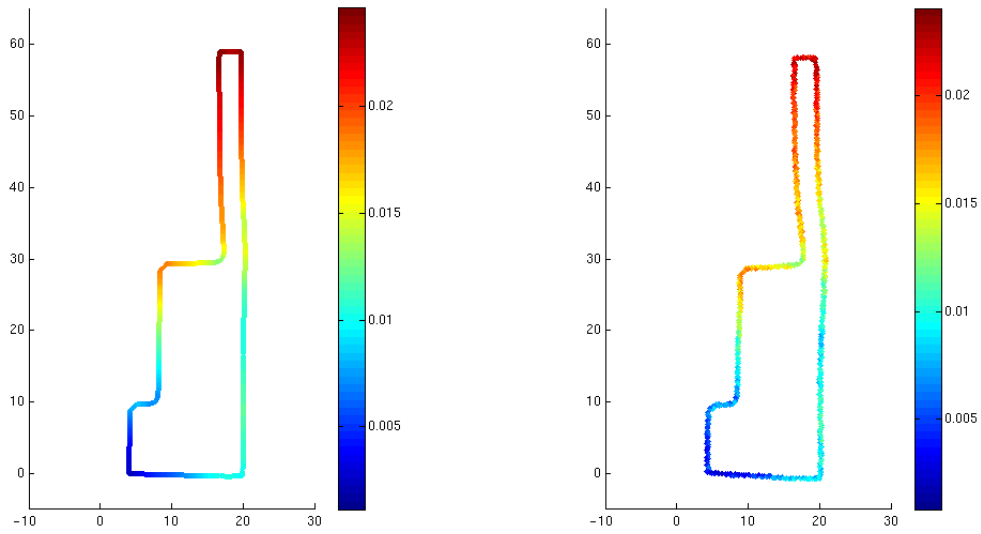


FIG. 4.20 – Exemple de perturbation normale (à gauche) et bruitée avec $\nu = 0,3$ (à droite).

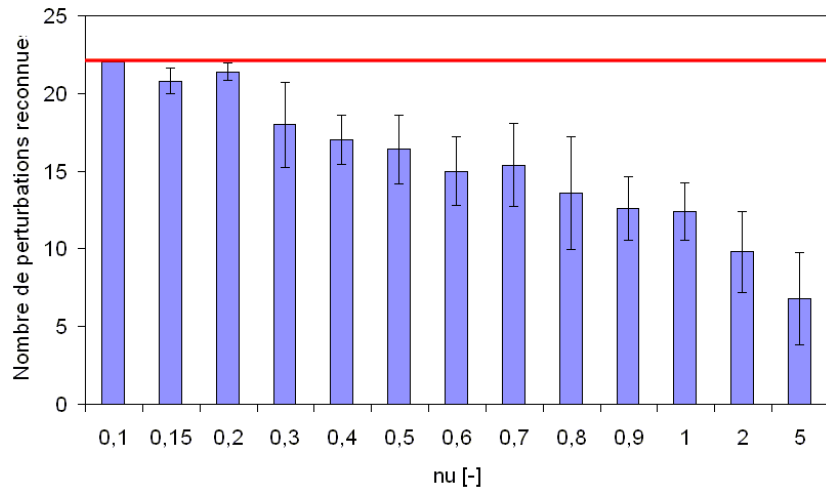


FIG. 4.21 – Nombre moyen de perturbations reconnues (sur 22 au total) en fonction de l'amplitude du bruit additionné.

4.4.3.1 Description des essais

Comme précisé précédemment, quatre lots ont été traités séparément dans des conditions spécifiées strictement identiques, à l'exception des paramètres définis dans le tableau 4.1.

		Lot 1 (nominal)	Lot 2 ΔC	Lot 3 Δp	Lot 4 Δs
Profondeur de cémentation	[mm]	1	0,7	1	1
Pression du gaz de trempe	[bar]	6	6	2	6
Sens de l'écoulement	[-]	normal	normal	normal	inverse

TAB. 4.1 – Paramètres modifiés afin de simuler trois perturbations : profondeur de cémentation ΔC , pression dans la chambre de trempe Δp et sens de l'écoulement du gaz de refroidissement Δs .

Le réglage des conditions nominales est mis en second plan, c'est surtout la variation d'un paramètre et la constance des autres qui importe. Le traitement thermique est réalisé sur une station de cémentation basse pression suivi d'une trempe à l'azote et hydrogène. À préciser que pour le sens de l'écoulement, le cas « normal » correspond à une circulation du fluide de refroidissement du haut de l'éprouvette (là où l'alésage interne est de 34 mm) vers le bas tandis que dans le cas « inverse », le fluide circule dans l'autre sens.

4.4.3.2 Résultats des essais

Il est à noter que plusieurs incidents ont eu lieu lors du traitement du lot Δp . En effet, suite à un problème lors des transferts de cellule, la pièce a été chauffée et trempée deux fois de suite. Pour ce lot, au moins deux paramètres ont donc été modifiés : les caractéristiques de la couche cimentée ainsi que la pression du gaz de trempe.

4.4.3.2.1 Métrologie

Pour des raisons pratiques de mesures des déplacements, les pièces avant traitement thermique sont considérées comme ayant une géométrie correspondant à celle du plan. Ceci est valable étant donné l'état de finition demandé sur les diamètres externe et interne de 34 mm. Par contre, les alésages internes plus petits diffèrent quelque peu de cette géométrie à cause du mauvais état de finition, ceux-ci étant plus difficiles à réaliser. C'est d'ailleurs cette rugosité importante qui pose problème pour mesurer précisément les déplacements. C'est pourquoi seule une partie de la section sera étudiée ici. Cette dernière est constituée des diamètres externe et interne de 34 mm ainsi que de la face supérieure, comme présenté à la figure 4.22.

La figure 4.23 montre un exemple de mesure de deux éprouvettes d'un même lot dont l'une présente une différence de contour induite par un mauvais positionnement sur la machine de contrôle. Afin d'éviter ces perturbations, l'espace modal est construit orthogonalement par rapport à des modes rigides de translation et rotation afin de supprimer les incertitudes de positionnement lors des mesures.

Enfin, hormis les déplacements dûs aux éventuelles erreurs de positionnement citées précédemment, les mesures entre les différentes éprouvettes semblent très semblables à l'œil nu (voir figure 4.24).

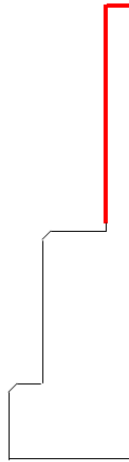


FIG. 4.22 – Partie de la section de l'éprouvette qui est prise en compte pour le calcul des déplacements (en rouge).

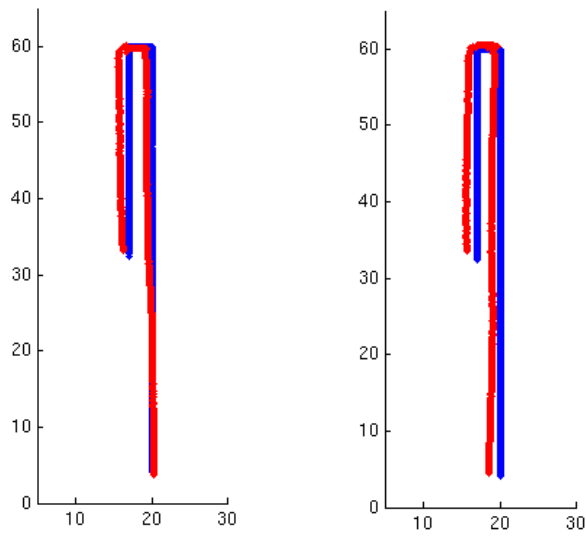


FIG. 4.23 – Résultats de mesures de déplacements pour une éprouvette correctement (à gauche) et mal (à droite) positionnée. Le trait bleu indique la géométrie avant traitement thermique, le rouge celle après (facteur d'amplification de 20).

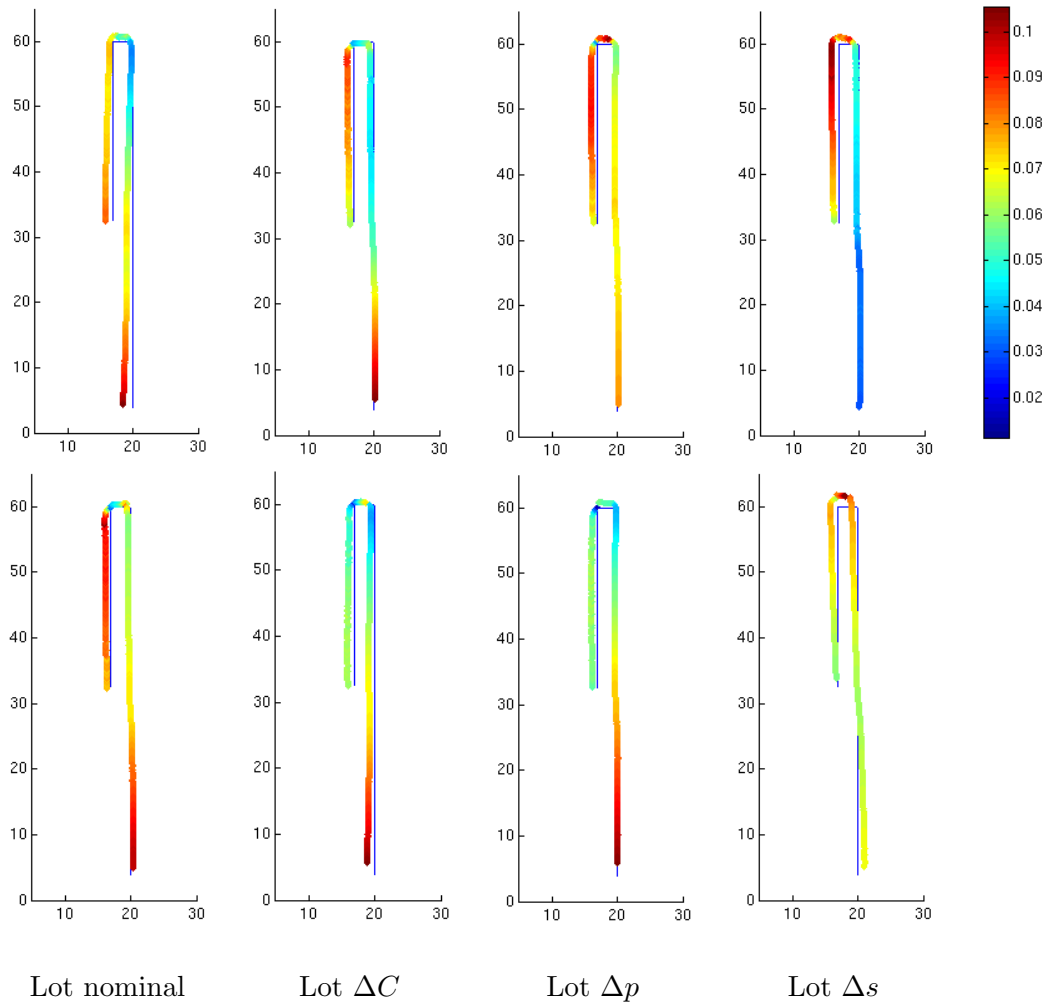


FIG. 4.24 – Résultats de mesures de déplacements pour deux éprouvettes de chaque lot. Le trait bleu indique la géométrie avant traitement thermique. L'échelle est identique pour toutes les mesures (facteur d'amplification de 20).

4.4.3.2.2 Couche cimentée

Les informations à propos de la couche cimentée sont obtenues grâce à une filiation en dureté et à une mesure du pourcentage de carbone, réalisées toutes deux à mi-hauteur de l'éprouvette, sur le diamètre externe. Le pourcentage de carbone est illustré à la figure 4.25 pour les quatre lots. Malgré la faible profondeur des mesures, nous devinons que les éprouvettes du lot ΔC auront une épaisseur cimentée moindre que celles des autres lots. A remarquer que le pourcentage de carbone en proche surface est quasi identique dans chaque cas, ceci étant dû au procédé de cémentation basse pression².

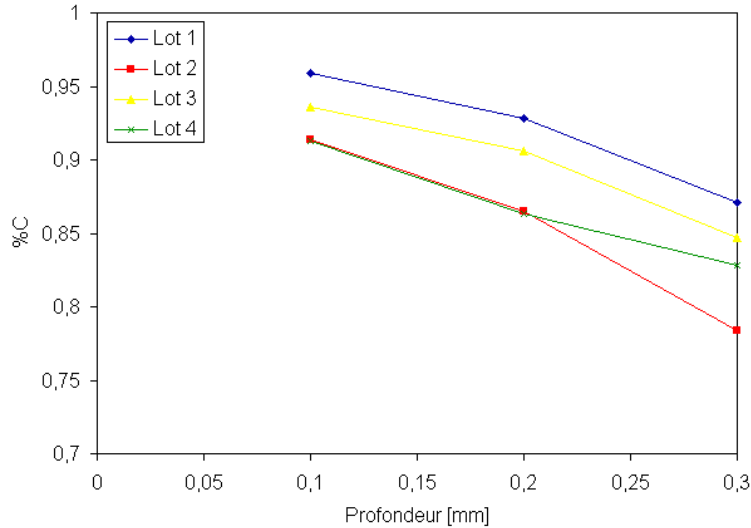


FIG. 4.25 – Pourcentage de carbone en fonction de la distance par rapport à la surface (profils mesurés).

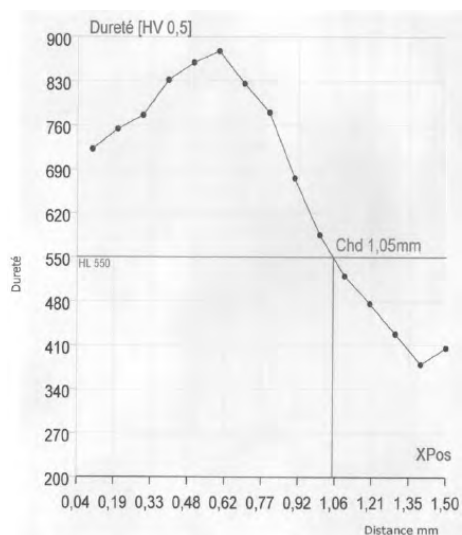
L'épaisseur de cémentation plus faible pour le lot ΔC est confirmée par les graphiques de filiation de dureté (figure 4.26). Ici, l'épaisseur de cémentation est identifiée par la distance par rapport à la surface à laquelle la dureté HV 0,5 est de 550. Cela correspond relativement bien à la dureté de la martensite de la nuance 27MnCr5, exempte d'un enrichissement en carbone. Nous pouvons également observer une courbe « en cloche », marqueur de la présence d'austénite résiduelle en surface.

4.4.3.3 Simulation numérique des perturbations

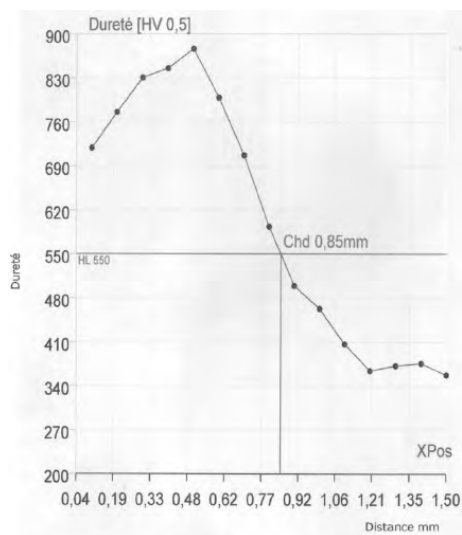
4.4.3.3.1 Profil de carbone

Dans ce cas, seule compte l'allure du profil de carbone obtenu et peu importe la valeur des paramètres utilisés. Etant donné que la concentration en carbone en surface est considérée comme constante, le potentiel carbone est choisi identique pour chaque simulation. Pour obtenir l'épaisseur de cémentation voulue, nous avons choisi de fixer ce potentiel a_c à 1,2 et utilisé un cycle de cémentation modélisé par le coefficient d'échange K donné ci-dessous (cfr tableau 4.2). La perturbation de cette épaisseur est obtenue en faisant varier ce cycle

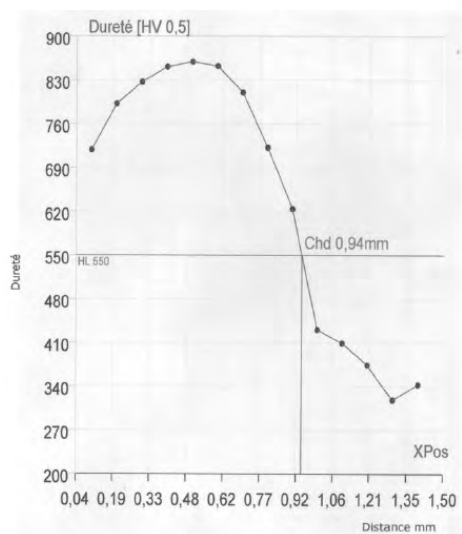
²Dans notre cas, le potentiel carbone de l'atmosphère n'est pas modifié directement, seuls les temps d'injection des gaz diffèrent. On peut donc ainsi moduler l'épaisseur de cémentation sans faire varier la concentration en surface.



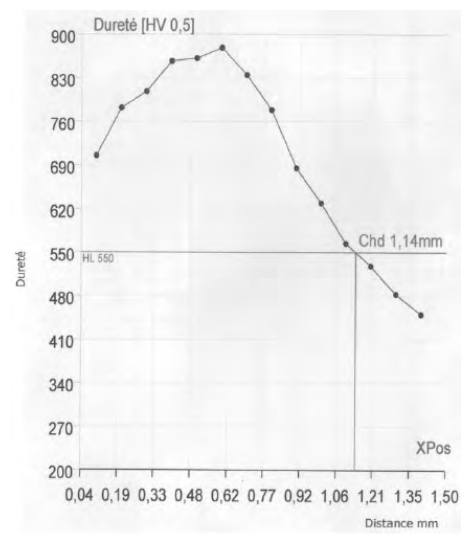
Lot nominal



Lot ΔC



Lot Δp



Lot Δs

FIG. 4.26 – Filiation de dureté sur une éprouvette de chaque lot.

de cmentation. Nous obtenons ainsi les caractéristiques de cmentation présentées sur les courbes de la figure 4.27.

Temps [s]	Cas nominal	Perturbation C1	Perturbation C2	Perturbation C3
0	0,5	0	0	0
11999	0,5	0	0	0
12000	0,5	0	0,5	0
14499	0,5	0	0,5	0
14500	0,5	0,5	0,5	0
14999	0,5	0,5	0,5	0
15000	5	5	5	5
20000	5	5	5	5

TAB. 4.2 – Cycle de cmentation du cas nominal et des perturbations. Valeurs du coefficient d’échange K , en $10^{-4} \frac{m}{s}$.

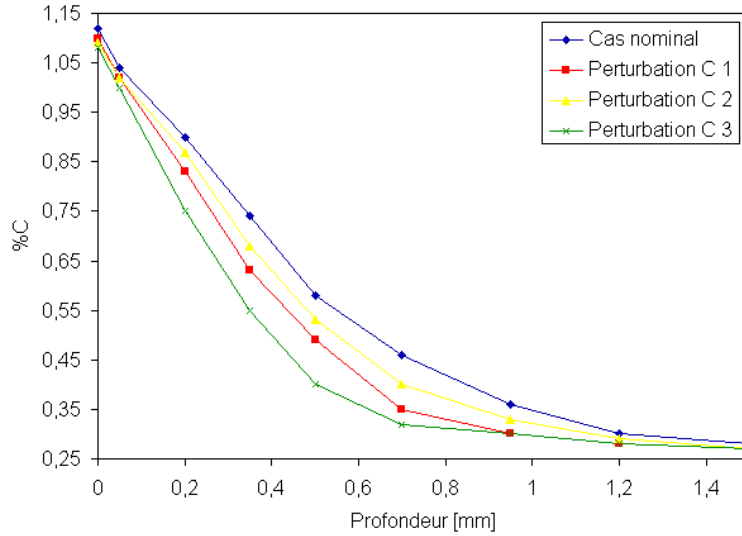


FIG. 4.27 – Pourcentage de carbone en fonction de la distance par rapport à la surface (profils simulés).

4.4.3.3.2 Coefficient de transfert

Afin de prendre en compte la modification de la circulation du fluide de trempe autour de l’éprouvette qui apparaît pour le lot Δs , nous avons réalisé une simulation de l’écoulement à l’aide du logiciel STAR-CD nous permettant de visualiser le champ de vitesses autour de l’éprouvette. Ce champ influence bien évidemment l’échange de chaleur avec la pièce (voir entre autres [Tsunori et al., 2007] et [Stratton, 2007]) étant donné les variations de vitesses du fluide et les zones de recirculation. En fonction de l’écoulement observé (voir figure 4.28), des régions ont donc été définies sur le pourtour de la pièce (figure 4.29).

En mettant ces écoulements en parallèle avec l’analyse réalisée par [Stratton, 2007] qui se base sur une relation linéaire entre la vitesse du fluide et le coefficient d’échange, nous

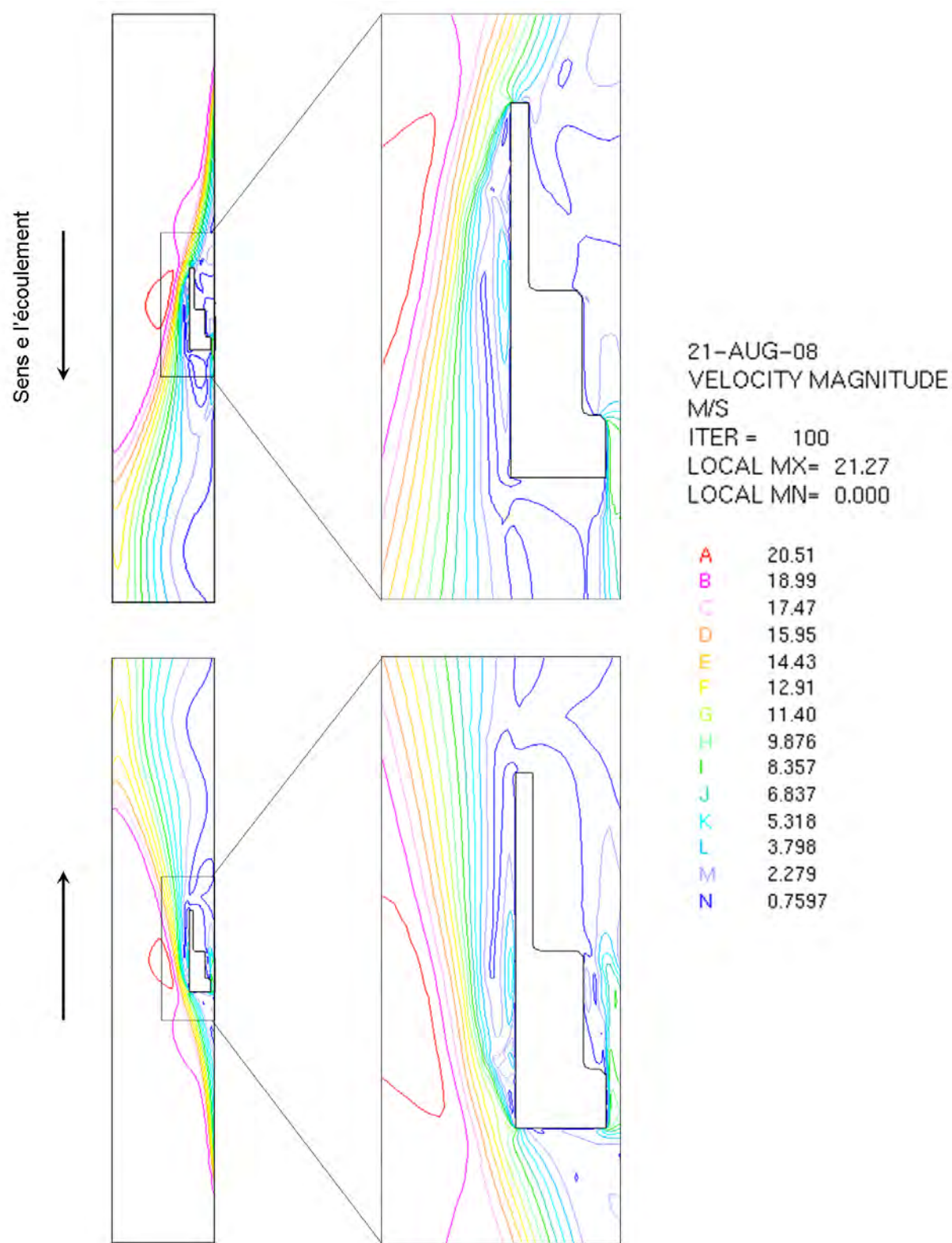


FIG. 4.28 – Isocontours de la norme de la vitesse de l'écoulement pour les lots nominal (en haut) et Δs (en bas).

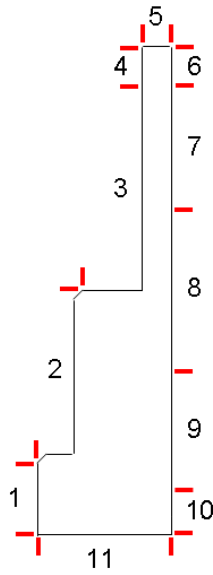


FIG. 4.29 – Définition des zones principales pour l’attribution des coefficients de transfert.

avons appliqué les coefficients d’échange définis dans le tableau 4.3. Les perturbations sont représentées par une variation de l’écart par rapport au coefficient d’échange du cas nominal.

Zone	Cas nominal	Perturbation h1	Perturbation h2	Perturbation h3
1	2500	2800	3200	2100
2	500	1000	2000	250
3	500	500	500	500
4	1000	500	250	2000
5	1500	1000	600	2300
6	3000	1000	300	9000
7	2200	1000	500	4800
8	1800	1800	1800	1800
9	1000	2200	4800	450
10	1000	3000	9000	300
11	1000	1000	1000	1000

TAB. 4.3 – Valeurs du coefficient d’échange h , en $\frac{W}{m^2K}$, pour différentes zones sur le pourtour de la pièce (cfr figure 4.29).

Ces paramètres permettent de retrouver une dureté qui évolue de la même manière que ce qui a été observé lors des filiations (figure 4.26). Les valeurs de dureté sont très similaires au niveau des points remarquables (en surface, au maximum et à coeur). Cependant, la position du maximum est plus proche de la surface dans le cas simulé. Néanmoins, cette position varie dans le même sens si la couche cimentée est augmentée ou diminuée (voir figure 4.30).

Etant donné que l’essai concernant le troisième lot a échoué, nous n’avons pas simulé de cas relatif au changement de pression du fluide de trempe.

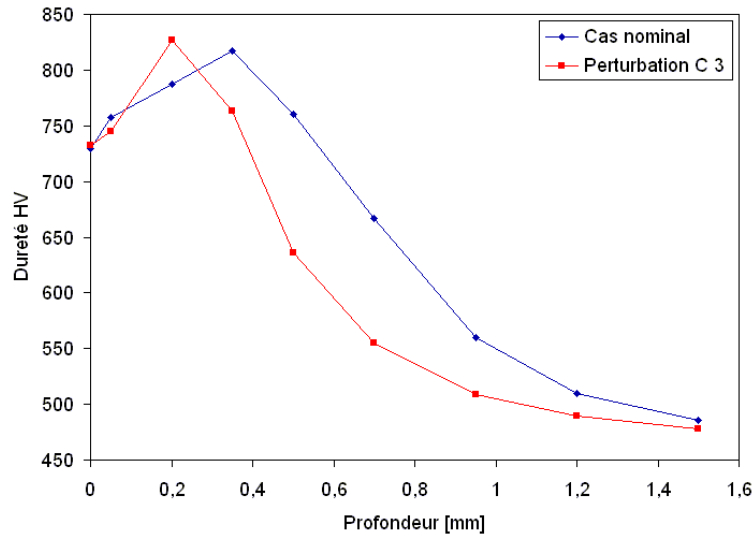


FIG. 4.30 – Filiation de dureté pour le cas nominal et la perturbation C3 (profils simulés).

4.4.3.3.3 Résultats des simulations

La déformée générale est identique à celle qui a été observée lors des essais. Etant donné les variations possibles de positionnement, l'amplitude des déplacements ne peut toutefois pas être comparée. Comme le montrent les exemples de la figure 4.31, il est toujours aussi difficile de distinguer les simulations entre elles en observant uniquement les déplacements. Nous avons mis en évidence lors des sections précédentes que la méthode de reconnaissance peut s'accomoder de variations très légères. Par contre, là où cela pose problème, c'est qu'il nous est très difficile de vérifier si nos simulations des perturbations sont bien recalées étant donné la similitude des distorsions.

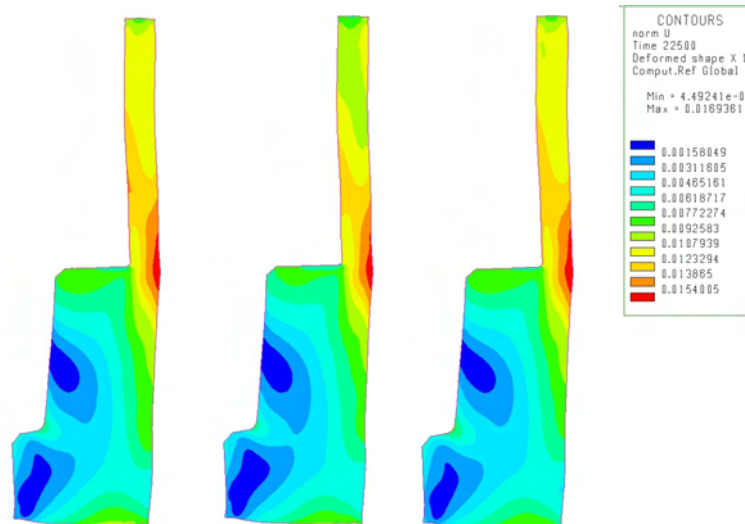


FIG. 4.31 – Exemples de cartes de déplacements obtenues en fin de trempe pour les cas, de gauche à droite, nominal, perturbation C3 et perturbation h3. L'échelle est identique dans les trois cas.

4.4.3.4 Reconnaissance des dérives

Deux dérives sont donc analysées : une relative à la variation de l'épaisseur de la couche cimentée, l'autre à la modification de l'écoulement du fluide de refroidissement autour de l'éprouvette. La base modale créée à partir de ces dérives, comportant neuf modes, est représentée ci-dessous, toujours avec les modes spécifiques encadrés (voir figure 4.32).

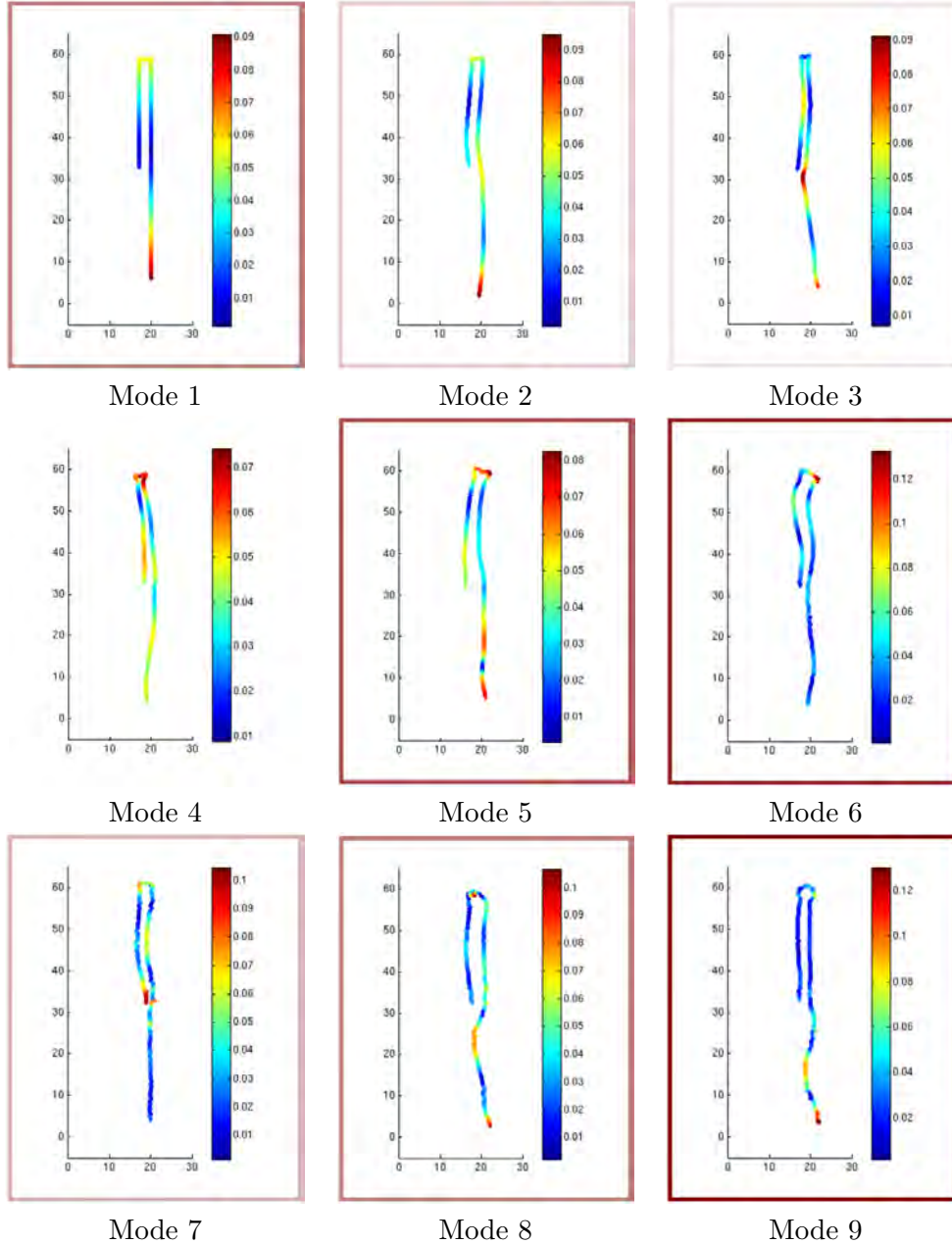


FIG. 4.32 – Modes complets résultant de la décomposition modale des simulations liées aux essais. Les modes les plus spécifiques sont encadrés en trait plein.

Le nombre d'éprouvettes exploitables s'élève à 13. En effet, des mesures réalisées sur les 15

pièces provenant des lots nominal, ΔC et Δs , deux sont inutilisables. De ces 13 éprouvettes, cinq sont utilisées pour représenter le cas nominal, ce qui laisse huit cas perturbés. Statistiquement parlant, ce nombre d'essais n'est pas suffisant pour décréter que la méthode fonctionne ou non pour cet essai. De plus, étant donné que les essais réels concernant la variation du coefficient de refroidissement présentent également une légère variation de l'épaisseur de cémentation, il est difficile de faire la différence entre les deux dérives. Selon l'éprouvette choisie pour représenter le cas nominal, entre trois et cinq perturbations sont correctement identifiées sur les huit. Le tableau 4.4 présente ces résultats.

		Cas nominal				
		1	2	3	4	5
ΔC	1		x	x		
	2	x	x	x	x	x
	3	x	x		x	x
	4					
Δs	1					
	2		x			
	3	x	x	x		
	4				x	x

TAB. 4.4 – Perturbations ΔC ou Δs reconnues selon l'éprouvette sélectionnée pour représenter le cas nominal.

4.5 Commentaires

La méthode développée ici permet de reconnaître l'origine d'une dérive à partir de la seule mesure d'une pièce non-conforme. Evidemment, la dérive doit avoir été cataloguée et modélisée au préalable pour que cette reconnaissance puisse se faire. Un des avantages de cette méthode est que le résultat de ces simulations peut se contenter de n'être que qualitatif. De plus, toute nouvelle dérive identifiée peut être ajoutée dans la base modale sans grande difficulté.

Cette méthode a été validée numériquement avec succès dans différentes conditions : en modifiant les perturbations servant à créer la base et celles projetées, en simulant un recalage déficient de la simulation et en ajoutant du bruit.

Nous avons également appliqué cette méthodologie à un cas expérimental. En respectant certaines conditions de base tel le choix du repère et la position des points de mesure, il est aisé d'utiliser la reconnaissance de dérives sur une pièce réelle. Par contre, les perturbations que nous avons provoquées n'ont pas été assez significatives pour valider la méthode.

Chapitre 5

Conclusion et perspectives

La production d'engrenages est un domaine riche et complet, impliquant plusieurs spécialités toutes intimement liées. La définition du produit y est évidemment pour beaucoup : une géométrie complexe associée à un matériau aux propriétés remarquables. La nuance de ce dernier est tout d'abord sélectionnée pour être facilement usinable. Que ce soit par du taillage, rasage, roulage ou encore rectification, les technologies sont nombreuses et ont chacune leurs avantages et inconvénients. Mais pour toutes, le coût entre souvent en première ligne de compte, ce qui fait préférer à l'heure actuelle la gamme classique taillage – rasage – traitement thermique. Cette dernière étape introduit encore un volet des plus intéressants, la métallurgie, à travers le procédé de cémentation ou carbonitruration. Ce procédé permet de concilier à moindre coût usinabilité du matériau et adéquation aux caractéristiques finales recherchées. Enfin, le fait d'être destiné à un produit de masse tel que l'automobile implique des composantes temps de production et qualité qui ne peuvent pas être négligées.

Etant donné la gamme de fabrication adoptée, les déformations qui apparaissent lors du traitement thermique impactent directement la qualité de la pièce finie. Elles doivent donc être maîtrisées et anticipées lors de la dernière étape d'usinage.

On le voit, tous ces domaines abordés rendent le produit particulièrement performant mais élargissent également l'éventail de problèmes éventuels, que ce soit lors de la mise au point ou de la vie série de la pièce. Nous avons principalement abordé l'étape traitement thermique de la gamme, tout en gardant en tête que tout ce qui précède peut éventuellement influencer le résultat.

Dans un premier temps, une série d'essais a été réalisée, en observant plus particulièrement la direction d'hélice de la pièce. La comparaison de l'évolution de celle-ci, de la planéité et de l'ovalisation laisse penser qu'il devrait être possible de relier la déformation générale de la jante de la pièce à la variation de la direction d'hélice sur les dents mais il n'a pas été observé de relation directe entre ces caractéristiques.

A côté de cela, l'analyse d'une pièce avec une forte variation de ce paramètre n'a pas montré d'hétérogénéités flagrantes entre les différentes sections observées, tant au niveau de la microstructure que de la dureté ou de la couche cémentée.

L'influence des contraintes résiduelles sur la déformation de la pièce a également été étudiée. Nous avons identifié une différence de l'orientation de la déformation entre des pièces rasées ou uniquement taillées. Par contre, la variation des conditions de rasage réalisée ici n'a pas eu d'effet sur cette orientation. Les contraintes résiduelles semblent donc bien avoir un effet sur la déformation, bien que la pièce soit complètement austénitisée avant la trempe. Un point important est que la déformation moyenne de la pièce est peu impactée par toutes ces

perturbations.

Ces essais montrent qu'il est judicieux d'étudier la déformation de la pièce sous deux angles différents : un au niveau local, en analysant la distorsion moyenne d'une dent, et l'autre à un niveau plus global, en observant la déformation de la jante de la pièce. Le premier point de vue est celui qui est adopté par la fabrication. C'est aussi celui-là que nous avons considéré à travers la simulation numérique d'une dent pour prévoir sa déformation moyenne lors du traitement thermique.

Nous avons donc simulé le processus de traitement thermique d'un pignon fou de 5^{ème} de la boîte J. Les données d'entrée ainsi que les conditions aux limites ont été systématiquement listées pour chaque étape de calcul. Les résultats obtenus sont très proches de la réalité au niveau métallurgique : proportion de phases et dureté corrélient avec les mesures réalisées sur des pièces provenant de la production. Ces résultats ont été obtenus en tenant compte de la concentration d'azote dans la pièce pour le calcul de la température de début de transformation martensitique.

Il existe également une similitude au niveau des déplacements. Les prévisions au niveau de l'hélice sont bien meilleures que celles concernant le profil. Les différentes conditions aux limites utilisées montrent toutefois une sensibilité assez élevée de ces déplacements par rapport à la distribution spatiale du coefficient de transfert h lors de la trempe. Cela pose problème par le fait que ces conditions sont justement extrêmement compliquées à déterminer expérimentalement dans un four industriel ou même numériquement étant donné les changements de phase du fluide de refroidissement.

Le deuxième point de vue, que nous n'avons fait qu'effleurer ici lors des essais, est principalement responsable des variations des paramètres sur les dents d'une même pièce. Les essais ont montré que les contraintes résiduelles influencent la déformation globale de la pièce. Celle-ci pourrait être abordée en simulant le comportement d'une charge composée de pièces à la géométrie simplifiée. En sus de la position et de l'orientation de la pièce dans la charge lors du traitement thermique, d'autres paramètres seraient à prendre en compte dans cette étude, telle l'anisotropie de la microstructure et le fibrage du brut par exemple ou encore l'influence d'autres étapes de la gamme (roulage, soudage, etc.).

Ces conclusions sont évidemment fortement liées à la pièce étudiée, en l'occurrence un pignon fou carbonitruré. Les appliquer à une autre pièce, donc en modifiant la géométrie, le brut, la gamme de fabrication, les conditions d'usinage, etc., ne peut être automatique. En effet, la prépondérance d'un phénomène responsable de la déformation par rapport à un autre peut être modifiée par les caractéristiques de la pièce ou le processus de fabrication.

Ces observations font que nous avons conçu une méthode alternative pour la réalisation de la boucle denture dans le cadre de cette thèse. Nous avons ici élargi la prédiction de la déformation de la pièce à l'ensemble de la gamme de fabrication. Ainsi, les différentes étapes sont cataloguées en deux catégories, permettant d'utiliser soit une formulation analytique de la déformation, soit d'avoir recours à une base de données recensant les déformations de l'ensemble des pièces fabriquées. Cette base de données évolue évidemment avec les mesures réalisées lors de chaque boucle denture mais permet également d'introduire des résultats de simulation numérique une fois que celle-ci sera plus mature. En début 2009, cette application aura été déployée sur l'ensemble des sites de mécanique de Renault.

Enfin, nous avons développé une méthode permettant de reconnaître l'origine d'une perturbation à partir de la mesure d'une pièce non-conforme. Des résultats de simulations numériques représentant les dérives sont utilisés pour créer une base modale. La partition de cette dernière en modes récurrents et spécifiques permet de n'utiliser que les composantes essentielles à la résolution de notre problème. Des zones sont ensuite définies dans cette base. En projetant la pièce non-conforme dans cette base et en identifiant la zone la plus proche, nous pouvons déterminer la cause de la non-conformité. Le fait de travailler avec les écarts des simulations des dérives par rapport à un cas nominal permet de minimiser l'importance du recalage des simulations. Néanmoins, cela n'occulte pas le fait que le modèle utilisé doit correctement représenter l'évolution des phénomènes physiques. Cette méthodologie a été validée numériquement et l'intérêt du partitionnement spécifique par rapport à une sélection classique de modes significatifs a également été démontré : à même nombre de modes, la reconnaissance des perturbations est plus efficace avec les modes spécifiques. D'un point de vue numérique également, la méthode de reconnaissance est capable de s'accommoder de différences très minimes entre les perturbations étudiées, et ce même en présence d'un bruit relativement important.

Une voie prometteuse pour améliorer la méthode serait d'évaluer la possibilité d'identifier plusieurs causes de dérives sur une même pièce. *A priori*, cela devrait être réalisable en hiérarchisant les distances $^n\delta$. Cependant, il n'est pas dit que les effets de plusieurs dérives s'additionnent de telle sorte que le résultat soit dans l'union des zones relatives à chaque dérive.

Evidemment, le but final est d'adapter la méthode décrite ici sur une pièce réelle. En théorie, il n'y a pas de contre-indication. En pratique, plusieurs conditions sont à remplir. En premier lieu, les dérives doivent pouvoir être représentées correctement par la simulation. Il convient donc d'identifier et de modéliser celles-ci. Certaines, abordées ici, sont évidentes (ou semblent l'être) : modification de la température de trempe, problème de cémentation, modification de la nuance d'acier qui serait représentable par un diagramme TRC différent, etc. Par contre, dès que l'on touche à des dérives dont l'origine est antérieure au procédé de traitement thermique, cela devient plus compliqué. Nous avons mis en évidence une influence du rasage sur la déformation globale de la pièce. Peut-être insignifiante dans des conditions industrielles courantes mais qui pourrait devenir plus importante en cas de dysfonctionnement (un outil trop usé par exemple). Le matériau brut a également son mot à dire, de par sa structure, sa composition chimique exacte ou son élaboration. Tous ces paramètres sont évidemment bien plus difficiles à modéliser ; la base modale des dérives s'en trouve donc plus délicate à construire. Néanmoins, les approches matériaux numériques développées actuellement permettraient de prendre en compte explicitement ces variations de matières. Ces contraintes sont plutôt relatives à la simulation du procédé en lui-même. A partir du moment où ces perturbations peuvent être modélisées, elles peuvent facilement être ajoutées à la base existante en utilisant l'algorithme itératif de décomposition modale présenté ici.

Les essais détaillés ici n'ont pas pu confirmer l'efficacité de cette méthode sur un cas expérimental. La raison principale est que les perturbations induites lors du traitement des pièces n'ont pas été assez significatives pour provoquer des dérives observables. Cela ne pose pas de problème à la méthode en elle-même mais plutôt à la représentation de ces dérives grâce à la simulation numérique. Réaliser une éprouvette aux dimensions plus importantes et/ou tremper cette pièce dans l'huile pourrait provoquer des variations de déformation plus

importantes. Néanmoins, ces essais ont permis de mettre en évidence certains points qui mériteraient d'être améliorés.

La mesure des pièces est un de ces points. En effet, pour pouvoir projeter les mesures sur la base modale, il est nécessaire de caractériser les déplacements aux mêmes endroits que les noeuds définis par le maillage, ce qui complique légèrement la mesure. Ceci amène à penser qu'une amélioration considérable de la méthode serait de représenter les contours ou surfaces à l'aide de courbes paramétrées. Cela éviterait de rechercher une correspondance entre des points mesurés et des noeuds de maillages qui peut être source d'imprécision sur des pièces à géométrie complexe.

La précision du recalage des simulations par rapport aux cas réel mérite également d'être investiguée. C'est un des avantages de cette méthode mais il serait préférable de quantifier cet effet.

Ce travail de trois ans répond aux deux problématiques définies initialement, à savoir anticiper la déformation lors de la mise au point de la pièce et aider à identifier l'origine de dérives pouvant survenir lors de sa vie série. Les solutions proposées sont toutes deux structurées autour de leurs bases de données respectives, l'une adaptée à une utilisation industrielle et l'autre tirant profit de la simulation numérique. Le potentiel de cette dernière est bien réel mais reste actuellement limité principalement par la caractérisation des conditions initiales et aux frontières. Une fois ce problème réglé, un vaste champ d'applications ne demande qu'à être alimenté par les résultats de cette technologie prometteuse.

Bibliographie

- [Nor, 1996] (1996). *Dentures en développantes de cercle – Définitions - Vérifications*. Normalisation Renault Automobiles. Référence 01-33-001/- - G.
- [Nor, 1998] (1998). *Traitements thermochimiques – Cémentation - Carbonitruration*. Normalisation Renault Automobiles. Référence 02-60-207/- - A.
- [Alberg et Berglund, 2003] Alberg, H. et Berglund, D. (2003). Comparison of plastic, viscoplastic, and creep models when modelling welding and stress relief heat treatment. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, (192) :5189–5208.
- [Aliaga, 2000] Aliaga, C. (2000). *Simulation numérique par éléments finis en 3D du comportement thermomécanique au cours du traitement thermique d'aciers : application à la trempe de pièces forgées ou coulées*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Antretter et al., 2004] Antretter, T., Fischer, F., et Cailletaud, G. (2004). A numerical model for Transformation Induced Plasticity (TRIP). *Journal de Physique IV France*, 115 :233–241.
- [Bammann et Ortega, 1993] Bammann, D. et Ortega, A. (1993). The influence of the Bauschinger effect and yield definition on the modeling of welding processes. Dans Voller et Katgerman, éditeurs, *Welding and Advanced Solidification Processes-IV*, pages 543–551. The Minerals, Metals and Materials Society, Piwonka.
- [Barralis et al., 1999] Barralis, J., Castex, L., et Maeder, G. (1999). Précontraintes et traitements superficiels. *Techniques de l'ingénieur*, M1(180).
- [Blondeau et al., 1975] Blondeau, R., Maynier, P., Dollet, J., et Vieillard-Baron, B. (1975). Prédiction de la dureté, de la résistance et de la limite d'élasticité des aciers au carbone et faiblement allié d'après leur structure et leur traitement thermique. *Mem. Sci. Rev Métallurgie*.
- [Bru et al., 1996] Bru, D., Devaux, J., Bergheau, J., et Pont, D. (1996). Influence of material properties at high temperatures on the modelling of welding and residual stress and deformation state. Dans Cerjak, H., éditeur, *Mathematical Modelling of Weld Phenomena 3*, pages 456–463. The Institute of Materials.
- [Burtchen et al., 2008] Burtchen, M., Hunkel, M., Lübken, T., Hoffmann, F., et Zoch, H.-W. (2008). Simulation of quenching treatments on bearing components. Dans Zoch, H.-W. et Lübken, T., éditeurs, *2th International Conference on Distortion Engineering*, pages 247–254.
- [Cavallo, 1998] Cavallo, N. (1998). *Contribution à la validation expérimentale de modèles décrivant la Z.A.T lors d'une opération de soudage*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.

- [Cherkaoui, 2002] Cherkaoui, M. (2002). Transformation induced plasticity : mechanisms and modeling. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 124 :55–61.
- [Claudinon, 2000] Claudinon, S. (2000). *Contribution à l'étude des distorsions au traitement thermique : suivi continu par vision artificielle et simulation numérique par éléments finis*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris.
- [Denis, 1987] Denis, S. (1987). *Modélisation des interactions contrainte-transformation de phases et calcul par éléments finis de la genèse des contraintes internes au cours de la trempe des aciers*. Thèse de doctorat, INPL.
- [Denis, 1997] Denis, S. (1997). Prédiction des contraintes résiduelles induites par traitement thermique et thermochimique. *La Revue de Métallurgie-CIT/Science et Génie des Matériaux*.
- [Denis et al., 1999] Denis, S., Archambault, P., Aubry, C., Mey, A., Louin, J., et Simon, A. (1999). Modelling of phase transformation kinetics in steel and coupling with heat treatment residual stress predictions. *Journal de Physique IV France*, 9 :323–332.
- [Denis et al., 1985] Denis, S., Gautier, E., Simon, A., et Beck, G. (1985). Stress-phase transformation interactions. basic principles, modelling and calculation of internal stresses. *Material Science and Technology*, 1 :805–814.
- [Diani et al., 1995] Diani, J., Sabar, H., et Berveiller, M. (1995). Micromechanical modelling of the transformation induced plasticity (TRIP) phenomenon in steels. *International Journal of Engineering Science*, 33(13) :1921–1934.
- [Fernandes et al., 1986] Fernandes, F., Denis, S., et Simon, A. (1986). Prédiction de l'évolution thermique et structurale des aciers au cours de leur refroidissement continu. *Mémoires et Etudes Scientifiques Revue de Métallurgie*, pages 355–365.
- [Fischer et al., 2000] Fischer, F., Reisner, G., Werner, E., Tanaka, K., Cailletaud, G., et Antretter, T. (2000). A new view on transformation induced plasticity (TRIP). *International Journal of Plasticity*, 16 :723–748.
- [Franz et al., 2004] Franz, C., Besserdich, G., Schulze, V., Müller, H., et Löhe, D. (2004). Influence of transformation plasticity on residual stresses and distortions due to the heat treatment of steels with different carbon contents. *Journal de Physique IV France*, 120 :481–488.
- [Frerichs et al., 2004] Frerichs, F., Lübken, T., Fritsching, U., Lohner, H., Rocha, A., Löwisch, G., Hoffmann, F., et Mayer, P. (2004). Simulation of gas quenching. *Journal de Physique IV France*, (120) :727–735.
- [Gautier et Simon, 1989] Gautier, E. et Simon, A. (1989). Transformation plasticity and resulting microstructures for strain induced martensitic transformation in Fe-Ni-C alloy. volume EURO-CM-PAR99, page 451. DGM.
- [Ghiglione et al., 1994] Ghiglione, D., Leroux, C., et Tournier, C. (1994). Cémentation. Carbonituration. *Techniques de l'Ingénieur*, M1(226).
- [Grigoriev et al., 1998] Grigoriev, A., Chizhik, S., et Myshkin, N. (1998). Texture classification of engineering surfaces with nanoscale roughness. *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, 38(5-6) :719–723.
- [Habraken et Bourdouxhe, 1992] Habraken, A. et Bourdouxhe, M. (1992). Coupled thermo-mechanical-metallurgical analysis during the cooling process of steel pieces. *E. J. Mech., A/Solids*, 11(3) :341–402.

- [Haynes, 1966] Haynes, A. (1966). Interrelation of isothermal and continuous-cooling heat treatments of low-alloy steels and their practical significance. *Heat Treatment of Metals, Special Report*, (95) :328.
- [Henriot, 2001] Henriot, G. (2001). *Engrenages – Conception, fabrication, mise en oeuvre*. Dunod, 7ème édition.
- [Henriot, 2002] Henriot, G. (2002). Engrenages parallèles – Etude géométrique. *Techniques de l'ingénieur*, BM5(620).
- [Hömborg et Kern, 2008] Hömborg, D. et Kern, D. (2008). The heat treatment of steel – a mathematical control problem. Dans Zoch, H.-W. et Lübben, T., éditeurs, *2th International Conference on Distortion Engineering*, pages 201–209.
- [Inoue et al., 1985] Inoue, T., Yamaguchi, T., et Wang, Z. (1985). Stresses and phase transformations occurring in quenching of carburized steel gear wheel. *Materials Science and Technology*, 1(10) :872–876.
- [Klein et al., 2008] Klein, D., Seifert, M., et Thoben, K.-D. (2008). Taking the distortion of components parts along a manufacturing chain into consideration during planning. Dans Zoch, H.-W. et Lübben, T., éditeurs, *2th International Conference on Distortion Engineering*, pages 21–28.
- [Kumar et al., 2007] Kumar, A., Metwally, H., Paingankar, S., et MacKenzie, D. S. (2007). Evaluation of flow uniformity around automotive pinion gears during quenching. Dans Grosch, J., Kleff, J., et Lübben, T., éditeurs, *5th Quenching and Control of Distortion*, pages 69–76. International Federation and Surface Engineering, AWT.
- [Kunow et al., 2008] Kunow, S., Prinz, C., Bennekow, A., Wilke, F., Hoffmann, F., Zoch, H.-W., et Kohlmann, R. (2008). Sources of distortion during the production of bar products and beyond. Dans Zoch, H.-W. et Lübben, T., éditeurs, *2th International Conference on Distortion Engineering*, pages 53–60.
- [Lasserre et Henault, 1997] Lasserre, R. et Henault, E. (1997). Une méthodologie d'étude des déformations lors du traitement thermique : l'éprouvette de déformation. pages 26–30. Journées franco-allemandes ATTT-AWT.
- [Leblond et Devaux, 1984] Leblond, J. et Devaux, J. (1984). A new kinetic model for anisothermal metallurgical transformations in steels including effect of austenitic grain size. *Acta Metallurgica*, 32(1) :137–146.
- [Leblond et al., 1997] Leblond, J., Pont, D., Devaux, J., Bru, D., et Bergheau, J. (1997). Metallurgical and mechanical consequences of phase transformations in numerical simulations of welding processes. Dans *et al.*, L. K., éditeur, *Modeling in Welding, Hot Powder Forming and Casting*, pages 61–89. ASM International.
- [Lemaître et Chaboche, 1988] Lemaître, J. et Chaboche, J.-L. (1988). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 2 édition.
- [Lesage, 1992] Lesage, J. (1992). Influence de l'azote sur la température d'apparition de la martensite. *Traitement thermique*, (259) :21–25.
- [Leslie, 1982] Leslie, W. (1982). *The Physical Metallurgy of steels*. Mc Graw Hill, 2 édition.
- [Maniruzzaman et Sisson, 2004] Maniruzzaman, M. et Sisson, R. (2004). Heat transfer coefficients for quenching process simulation. *Journal de Physique IV France*, 120 :269–276.
- [Manning et Lorig, 1946] Manning, G. et Lorig, C. (1946). The relationship between transformation at constant temperature and transformation during cooling. *Trans. AIME*, (167) :442–466.

- [Martinez, 1998] Martinez, M. (1998). *Jonction 16MND5-Inconel 690-316LN par soudage-diffusion – Elaboration et calcul des contraintes résiduelles de procédé*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Murry, 1998] Murry, G. (1998). Transformations dans les aciers. *Techniques de l'ingénieur*, M1(115).
- [Narazaki et al., 2008] Narazaki, M., Kogawara, M., Qin, M., et Watanabe, Y. (2008). Measurement and database construction of heat transfer coefficients of gas quenching. Dans Zoch, H.-W. et Lübben, T., éditeurs, *2th International Conference on Distortion Engineering*, pages 327–334.
- [Narazaki et al., 2007] Narazaki, M., Shichino, H., Sugimoto, T., et Watanabe, Y. (2007). Validation of estimated heat transfer coefficients during quenching of steel gear. Dans Grosch, J., Kleff, J., et Lübben, T., éditeurs, *5th Quenching and Control of Distortion*, pages 111–117. International Federation and Surface Engineering, AWT.
- [Okita et al., 2008] Okita, K., Tsutsumi, K., Iwasaki, K., Fujita, M., Hatano, H., et Yaguchi, H. (2008). Heat treatment simulation of carburized gears and its verification. Dans Zoch, H.-W. et Lübben, T., éditeurs, *2th International Conference on Distortion Engineering*, pages 285–292.
- [P. Chèvre and P. Bristiel, 2004] P. Chèvre and P. Bristiel (2004). Simulation 3D d'un traitement thermique par cémentation d'un assemblage pignon/crabot. Référence Renault 4200567440.
- [Pasquier, 2002] Pasquier, M. (2002). Contrôle des engrenages parallèles. *Techniques de l'ingénieur*, BM5(627).
- [Persoon et Fu, 1977] Persoon, E. et Fu, K.-S. (1977). Shape discrimination using Fourier descriptors. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 7(3) :170–179.
- [Prinz et al., 2008] Prinz, C., Hunkel, M., Clausen, B., Hoffmann, F., et Zoch, H.-W. (2008). Characterization of segregations and microstructure and their influence on distortion of low alloy SAE 5120 steel. Dans Zoch, H.-W. et Lübben, T., éditeurs, *2th International Conference on Distortion Engineering*, pages 61–68.
- [Richard et Hemami, 1974] Richard, C. et Hemami, H. (1974). Identification of three-dimensional objects using Fourier descriptors of the boundary curve. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, 4(4) :371–378.
- [Rohde et Jeppsson, 2000] Rohde, J. et Jeppsson, A. (2000). Literature review of heat treatment simulations with respect to phase transformation, residual stresses and distortion. *Scandinavian Journal of Metallurgy*, (29) :47–62.
- [Ryckelynck et al., 2006] Ryckelynck, D., Chinesta, F., Cueto, E., et Ammar, A. (2006). On the A Priori model reduction : Overview and recent developments. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 13(1) :91–128. State of the Art Reviews, Special issue.
- [Schüttenberg et al., 2007] Schüttenberg, S., Ströbl, M., Lohrmann, M., et Fritsching, U. (2007). Controlling flow conditions during ring gear press quenching for distortion reduction. Dans Grosch, J., Kleff, J., et Lübben, T., éditeurs, *5th Quenching and Control of Distortion*, pages 77–84. International Federation and Surface Engineering, AWT.
- [Sirovich, 1987] Sirovich, L. (1987). Turbulence and the dynamics of coherent structures. Part 1 : Coherent structures. Part 2 : Symmetries and transformations. Part 3 : Dynamics and scaling. *Quarterly of Applied Mechanics*, 45 :561–590.

- [Sjöström, 1985] Sjöström, S. (1985). The calculation of quench stresses in steel. Dissertation No.84.
- [Stratton, 2007] Stratton, P. (2007). Validating the modelling of a gas-jet quenched carburised gear. Dans Grosch, J., Kleff, J., et Lübben, T., éditeurs, *5th Quenching and Control of Distortion*, pages 21–29. International Federation and Surface Engineering, AWT.
- [Taleb et Sidoroff, 2003] Taleb, L. et Sidoroff, F. (2003). A micromechanical modeling of the Greenwood-Johnson mechanism in transformation induced plasticity. *International Journal of Plasticity*, 19 :1821–1842.
- [Tsunori et al., 2007] Tsunori, M., Terasaki, S., Shito, M., Kasa, S., Ishige, K., Kawai, M., et Katsumata, K. (2007). Numerical simulation of gas quenching process and deformation. Dans Grosch, J., Kleff, J., et Lübben, T., éditeurs, *5th Quenching and Control of Distortion*, pages 31–37. International Federation and Surface Engineering, AWT.
- [Vanoverberghe, 2006] Vanoverberghe, L. (2006). Phénomènes induisant des distorsions lors du traitement thermique. étude de la plasticité de transformation. Mémoire bibliographique, Ecole des Mines de Paris.
- [Verdon, 2007] Verdon, N. (2007). *Un système dynamique d'ordre réduit basé sur une approche APR-POD pour l'étude de l'interaction écoulement turbulent – particules*. Thèse de doctorat, Université de La Rochelle.
- [Vincent et al., 2003] Vincent, Y., Bergheau, J., et Leblond, J. (2003). Viscoplastic behavior of steels during phase transformations. *C. R. Mécanique*, 331 :587–594.
- [von Bergen, 1992] von Bergen, R. (1992). The effects of quenching media selection and control on the distortions of engineered steel parts. Dans Totten, G., éditeur, *Quenching and Distortion Control*, pages 275–282. First International Conference on Quenching and Control of Distortion, ASM International.
- [Wallace et Mitchell, 1980] Wallace, T. et Mitchell, O. (1980). Analysis of three-dimensional movement using Fourier descriptors. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2(6) :583–588.
- [Zoch, 2008] Zoch, H.-W. (2008). Distortion engineering – vision or ready to application. Dans Zoch, H.-W. et Lübben, T., éditeurs, *2th International Conference on Distortion Engineering*, pages 3–12.